

## 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

一、 设  $A = \{1,2,3,4,5\}$ ,  $R \subseteq A \times A$ , 且  
 $R = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,4 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,2 \rangle\}$ . 求  
并分别画出它们的关系示意图.

本资源免费共享(收集网站) [nuua.store](http://nuua.store)

## 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

二、设  $A, B, C$  是任意集合, 证明:

(1)  $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$ ;

(2)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ .

2.

## 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

三、集合  $A = \{a, b, \emptyset\}$ ,  $B = \{\emptyset, 1, a\}$ .  
求  $A - (B \oplus A)$  和  $P(A) \oplus P(B)$ .

本资源免费共享 收集网站 [nuaa.store](http://nuaa.store)

3.

## 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

4. 四、设  $R_1 \subseteq A \times B$ ,  $R_2 \subseteq B \times C$ ,  $R_3 \subseteq B \times C$ . 证明:

(1)  $(R_1 - R_2)^{-1} = R_1^{-1} - R_2^{-1}$ .

(2)  $(R_1 \circ (R_2 \cap R_3)) \subseteq (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$ .

本资源免费共享 收集网站 [www.cma.store](http://www.cma.store)

简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

五、给定下列偏序集:

$$\langle \{[1], [2], [4], [1,2], [1,4], [2,4], [3,4], [1,3,4], [2,3,4]\}, \subseteq \rangle$$

回答下述问题:

(1) 画出该偏序集的哈斯图:

(2) 求 $\{[1], [2], [4], [1,2], [1,4], [2,4], [3,4], [1,3,4], [2,3,4]\}$ 的最大元, 最小元, 极大元, 极小元, 若不存在, 请指明:

(3) 求 $\{[2], [4]\}$ 的所有上确界, 若不存在, 请指明:

5. (4) 求 $\{[1,3,4], [2,3,4]\}$ 的所有下界和下确界, 若不存在, 请指明.

本资源免费共享 收集网站 [nuaa.store](http://nuaa.store)

16分

### 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

六、设集合  $A = \{a, b, c, d\}$ .

(1)  $R$ 和 $S$ 是 $A$ 上的关系, 且

$$R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle, \langle a, d \rangle\};$$

$$S = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, b \rangle, \langle d, c \rangle\};$$

判断 $R$ 和 $S$ 是否是等价关系, 若是, 请进一步给出其对应的商集.

6. (2) 给定 $A$ 上的一个划分  $\pi = \{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$ , 请给出该划分确定的等价关系.

本资源免费共享 收集网站 [nuaa.store](http://nuaa.store)

## 简答题 (10.0分)

本题分数	10分
得分	

七、

(1) 设  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$ ,  $g \circ f$  是一个复合映射, 如果  $f$  和  $g$  是单射, 证明  $g \circ f$  也是单射:

(2) 设  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  均为双射映射, 证明

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

本资源免费共享 收集网站 [nuda.store](http://nuda.store)

## 简答题 (30.0分)

本题分数	30 分
得分	

八、用斜形方法证明下列推理关系：第 1 题和第 2 题只能用 12 条形式推理规则和归谬律；第 3 题和第 4 题可用 16 条形式推理规则和命题逻辑自然推理系统中的所有定理：

(1)  $\neg A \rightarrow B, \neg B \vdash A$ ; (5 分)

(2)  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \rightarrow \neg B$ ; (10 分)

(3)  $\exists x \forall y A(x, y) \vdash \forall y \exists x A(x, y)$ ; (5 分)

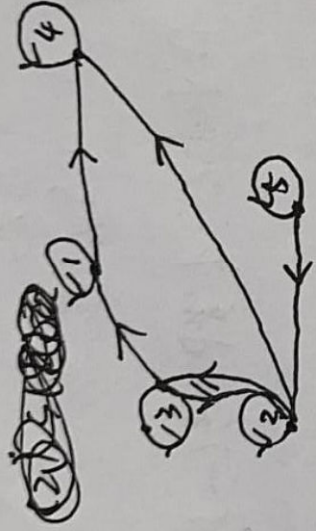
(4)  $\exists x A(x) \rightarrow B \vdash \forall x (A(x) \rightarrow B)$ ,  $x$  不在  $B$  中出现. (10 分)

8.

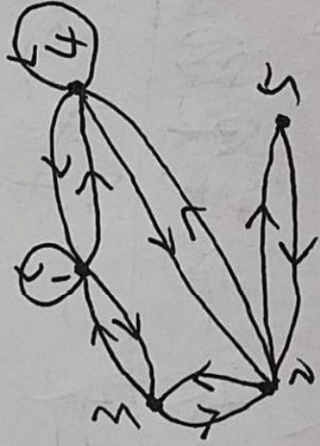
本资源免费共享 收集网站 [nuaa.store](http://nuaa.store)



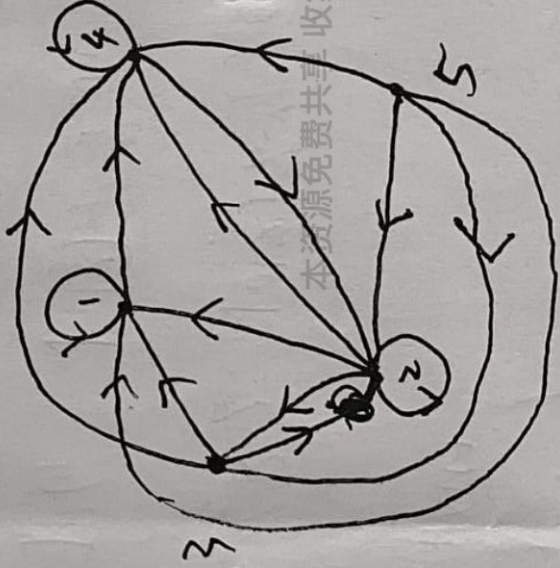
(1)  $r(P) = \{ \langle 1,1,1 \rangle, \langle 1,1,4 \rangle, \langle 2,1,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,1,1 \rangle, \langle 3,1,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,1,2 \rangle, \langle 2,1,2 \rangle, \langle 3,3,7 \rangle, \langle 5,5 \rangle \}$



(2)  $s(P) = \{ \langle 1,1,1 \rangle, \langle 1,1,4 \rangle, \langle 4,1,1 \rangle, \langle 2,1,3 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,1,1 \rangle, \langle 1,1,3 \rangle, \langle 3,1,2 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,1,2 \rangle, \langle 2,5 \rangle \}$



(3)  $t(P) = \{ \langle 1,1,1 \rangle, \langle 1,1,4 \rangle, \langle 2,1,3 \rangle, \langle 2,1,4 \rangle, \langle 3,1,1 \rangle, \langle 2,1,1 \rangle, \langle 3,1,2 \rangle, \langle 2,1,2 \rangle, \langle 3,4 \rangle, \langle 2,1,4 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,1,1 \rangle, \langle 5,1,3 \rangle, \langle 5,4 \rangle \}$



二、(1)

证明：因为

$$x \in (B \cup C) - A \Leftrightarrow x \in (B \cup C) \wedge x \notin A$$

$$\Leftrightarrow (x \in B \vee x \in C) \wedge x \notin A$$

$$\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in C \wedge x \notin A)$$

$$\Leftrightarrow x \in (B - A) \vee x \in (C - A)$$

$$\Leftrightarrow x \in (B - A) \vee (C - A)$$

所以可证  $(B - A) \vee (C - A) = (B \cup C) - A$

②

二(2)

$$\text{设 } x \in (A \cup B) \times C \Leftrightarrow x \in (A \cup B) \times x \in C$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) \times x \in C$$

$$\Leftrightarrow (x \in A \times x \in C) \vee (x \in B \times x \in C)$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \times C) \vee x \in (B \times C)$$

$$\Leftrightarrow x \in (A \times C) \vee (B \times C)$$

所以可证  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \vee (B \times C)$

三、

$$B \oplus A = (B-A) \cup (A-B)$$

$$= \{1\} \cup \{b\}$$

$$= \{1, b\}$$

$$\therefore A - (B \oplus A) = \{a, b, \phi\} - \{1, b\}$$

$$= \{a, \phi\}$$

~~$P(A)$~~

$$P(A) = \{\{a\}, \{b\}, \{\phi\}, \{a, b\}, \{a, \phi\},$$

$$\{b, \phi\}, \{a, b, \phi\}, \phi\}$$

$$P(B) = \{\{\phi\}, \{1\}, \{a\}, \{\phi, 1\}, \{\phi, a\},$$

$$\{1, a\}, \{\phi, 1, a\}, \phi\}$$

$$\therefore P(A) \oplus P(B) = (P(A) - P(B)) \cup (P(B) - P(A)),$$

$$= \{\{b\}, \{a, b\}, \{b, \phi\},$$

$$\{a, b, \phi\}, \{1\}, \{\phi, 1\}\}$$

$$\{1, a\}, \{\phi, 1, a\}\}$$

14. 证明  $\cup$

$$\langle x, y \rangle \in R_1 - R_2$$

$$\Leftrightarrow \{ \langle x, y \rangle \mid \langle x, y \rangle \in R_1 \wedge \langle x, y \rangle \notin R_2 \}$$

$$\therefore \langle y, x \rangle \in (R_1 - R_2)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \{ \langle y, x \rangle \mid \langle y, x \rangle \in R_1^{-1} \wedge \langle y, x \rangle \notin R_2^{-1} \}$$

$$\Leftrightarrow R_1^{-1} - R_2^{-1}$$

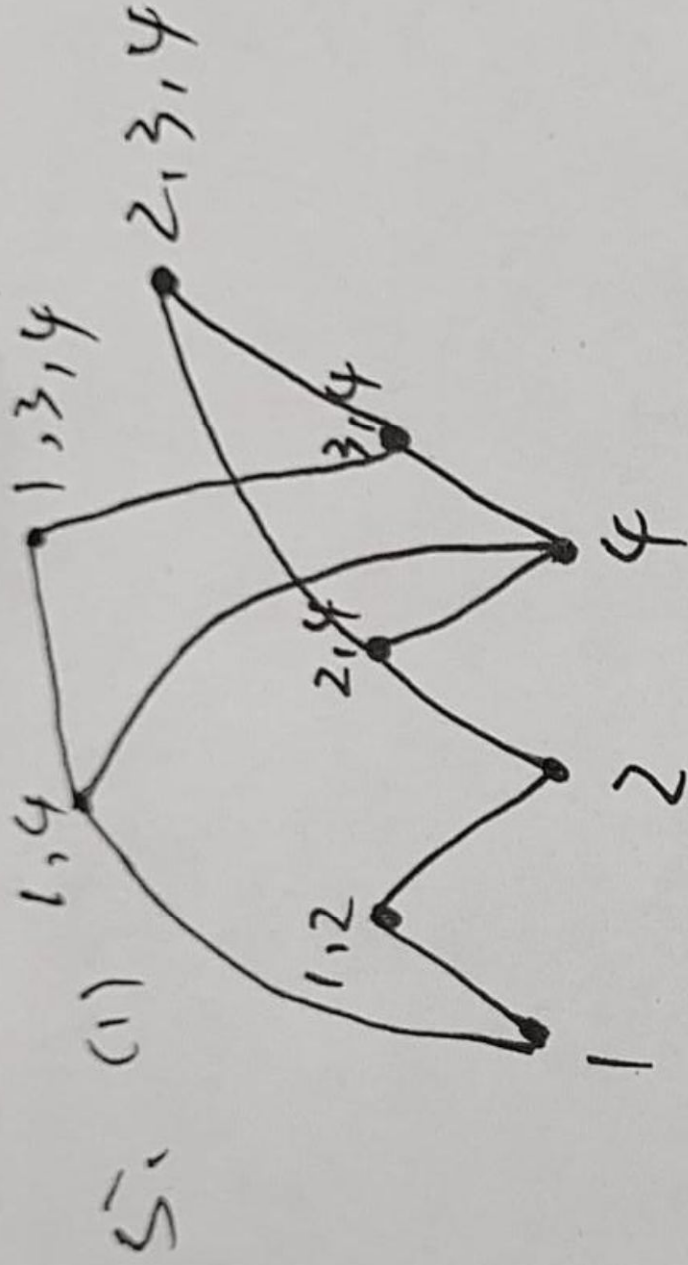
$$(2) R_2 \cap R_3 = \{ \langle x, y \rangle \mid \langle x, y \rangle \in R_2 \wedge \langle x, y \rangle \in R_3 \}$$

$$R_1 \circ (R_2 \cap R_3) = \{ \langle m, n \rangle \mid \langle m, t \rangle \in R_1 \wedge \langle t, n \rangle \in (R_2 \cap R_3) \}$$

$$= \{ \langle m, n \rangle \mid \langle m, t \rangle \in R_1 \wedge \langle t, n \rangle \in R_2 \wedge \langle t, n \rangle \in R_3 \}$$

$$= \{ \langle m, n \rangle \mid \langle m, t \rangle \in R_1 \wedge \langle t, n \rangle \in R_2 \wedge \langle t, n \rangle \in R_3 \wedge \langle m, t \rangle \in R_1 \}$$

$$= (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$$



(2) 无最大元, 最小元  
 有极大元  $\{1, 2, 7, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$

(3) 上界  $\{2, 3, 4\}, \{2, 4\}$ ,  
 上确界  $\{2, 4\}$

(4) 下界

$\{3, 4\}, \{4\}$

下确界  $\{3, 4\}$

六、

(1)  $R$  不是等价关系, 不存在与  $\langle a, d \rangle$  对称

$S$  是等价关系, 满足自反、对称、传递

$S$  商集为  $\{ \{a\}, \{c, b, d\} \}$

(2)  $A = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle \}$

本资源免费共享 收集网站 [nuaa.store](http://nuaa.store)

$$1) \neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \vee B$$

$\therefore \neg B$   $\therefore$  只有 A 真 A 且 B 真  $\vdash A$

$$2) \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

$$\Leftrightarrow A \Rightarrow \neg B$$

$$3) \exists x \forall y A(x, y)$$

$$x \in A \quad |A| = k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$y \in B \quad B \text{ 元组}$$

$\therefore \forall y \exists x A(x, y) \rightarrow$  成立独立取值

$$1) \exists x A(x) \Rightarrow B$$

$$\Leftrightarrow \neg(\exists x A(x) \vee B)$$

$$\Leftrightarrow \forall x \neg A(x) \vee B$$

$$\Leftrightarrow \forall x (A(x) \rightarrow B)$$