一、填空题

2022.12.3 数字信号处理

1. 已知序列 $x[n]=A\cos\left(\frac{3\pi}{7}n+\frac{\pi}{6}\right)$，则该序列最小周期为___

2. 利用窗函数法来设计 FIR 滤波器时，当窗函数的截取长度增加，则窗谱的主瓣宽度___；窗谱的旁瓣相对于幅度取决于窗函数的___。

3. 已知 $x(n)$ 有傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$，用 $X(e^{j\omega})$ 表示 $x_1(n)=\frac{x^*(-n)+x(n)}{2}$ 的傅里叶变换为___，$x_2(n)=x(1+n)+x(-1+n)$ 的傅里叶变换为___，

4. 已知某因果离散时间系统的系统函数为 $H(z)=\frac{1-z^{-1}}{1-1.2z^{-1}+0.2z^{-2}}$，极点为___，系统是___（稳/不稳）。

5. 设序列 6 点 DFT $\{x[n]\}=X(k)$，$0\le k\le 5$，$X(2)=3+2j$ 则 $X(4)=$___，

6. 无论序列 $x[n]$ 是有限长或无限长，只要 $x[n]$ 是___的，则 $x[n]$ 的 DTFT 谱一定存在。

7. 已知序列 $x[n]$ 长为 300 点 $(0\le n\le 299)$，$y[n]$ 长为 200 点 $(0\le n\le 199)$，若定义 $f(n)=x(n)*y(n)$，采用基 2 FFT 求出 $f(n)$ 的离散频谱 $F(k)$，则要完成蝶形运算为___个。

二、已知 $x[n]=\delta[n]-2\delta[n-1]+\delta[n-3]$，且 $x[n]$ 的 4 点 DFT 谱为 $X[k]$，$0\le k\le 3$

(1) 求线性卷积，$f_1[n]=x[n]*x[n]$，并给出时标范围

(2) 求 8 点圆周卷积结果 $f_2[n]=x[n]ⓧ_8 x[n]$

(3) 若 $F_3[k]=X[k]\cdot X[k]$，求 $F_3(k)$ 的 4 点 IDFT 结果 $f_3[n]$

(4) 求 5 点圆周卷积，结果 $f_4[n]=x[n]ⓧ_5 x[\langle n-1\rangle_5]R_5[n]$

三. 某一因果的线性时不变系统，其系统函数 $H(z)$ 由下式表达

$$H(z)=\frac{1+1.48z^{-1}}{1+0.32z^{-1}-0.12z^{-2}}$$

(1) 求差分　(2) 求零极点分布，指明 $H(z)$ 收敛域

(3) 判读系统的类型（IIR 或 FIR 系统），并回答是否稳定？为什么？

(4) 求该系统的单位取样响应 $h(n)$

四. 一个实有限长序列 $x(n)$ 如下，其 8 点 DFT 为 $X(k)$

$$x(n)=3\delta(n)+4\delta(n-2)+4\delta(n-4)$$

(1) 求 $y_1(n)=IDFT[W_8^{3k}X(k)]$ $(0\le n\le 7,\ 0\le k\le 7)$

(2) 求 $y_2(n)=IDFT\{Re[X(k)]\}$ $(0\le n\le 7,\ 0\le k\le 7)$

(3) 求 $y_3(n)=IDFT\{X(2k)\}$ $(0\le n\le 3,\ 0\le k\le 7)$

(4) 求 $y_4(n)=IDFT[X^*\langle 4-k\rangle_8]$ $(0\le n\le 7,\ 0\le k\le 7)$

五. 某 FIR 滤波器由以下差分方程描述

$$y[n]=x[n]+2x[n-1]-2x[n-3]-x[n-4]$$

(1) 求该滤波器的系统函数 $H(z)=Y(z)/X(z)$ 表达式

(2) 求该滤波器的频率响应函数 $H(e^{j\omega})=H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$，写出振幅函数 $H(\omega)$ 以及相位函数 $\theta(\omega)$ 表达式，并判断此滤波器是否为线性相位滤波器？

(3) 指明滤波器类型（低、高、带通、带阻）

(4) 若输入序列为 $x[n]=(-1)^n$，求该滤波器的输出序列 $y[n]$

六、某实系数 FIR 滤波器的 $h(n)$ 有以下形式：

$$h(n) = \delta(n) + a_1 \delta(n-4)$$

其中 a_1 为实常数，且已知该滤波器系统函数 $H(z)$ 的 2 个零点为 $z_1 = j$、$z_2 = -j$

(1) 求系数 a_1，写出 $H(z)$ 表达式和收敛域

(2) 请简要画出该滤波器的幅频特性曲线 $|H(e^{jw})|$（仅画出 $0 \le w < 2\pi$ 的范围，须标出重要频率坐标）

七. 脉冲对处理(PPP)是气象雷达中常见的一种多普勒处理形式，假定对回波时域序列做傅里叶变换，获得的频谱由噪声和一个频率中心 F_0 不为零的谱峰构成，如下图所示，PPP处理的目的是估算出频率中心值 F_0，处理方法之一是借助时域相关运算，现已知从N个脉冲回波得到的数据序列为 $y[n]$，$n=0,\cdots,N-1$，定义其自相关函数为

$$S_y[m]=\sum_{n=1}^{N-m-1} y[n]\,y^*[n+m]$$

忽略噪声影响，且假设 $y[n]$ 的形式为 $y[n]=Ae^{j\omega_0 n}$，$n=0,\cdots,N-1$，其中 $\omega_0=2\pi F_0 T$ 为中心角频率，T为脉冲采样周期，求以下问题：

1) 计算一个单位延迟的自相关 $S_y[1]=\sum_{n=0}^{N-2} y[n]\,y^*[n+1]$

2) 由1)得 F_0 的表达式.