

本题分数	40
得分	

1. 叙述关于极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 存在的柯西准则.

2. 用“ $\varepsilon - \delta$ 语言”解释函数 $f(x)$ 在区间 I 上不一致连续.

3. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$.

本资源免费共享 收集网站 muaa.store

4. 指出函数 $f(x) = [\cos x]$ 的间断点及其类型.

5. 设 $f'(1) = 2$, 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt[3]{x} - 1}$.

6. 设 $x = 2t - t^2$, $y = 3t - t^3$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

7. 设 $y = x^{\sin x}$, $x > 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

8. 设 $f(x)$ 二阶可导, $y = e^{f(x)}$, 求 d^2y .

9. 设 $f(x) = x \sin x$, 求 $f^{(20)}(0)$.

10. 写出函数 $f(x) = (x-1)\ln x$ 在 $x=1$ 处带 Peano 型余项的 n 阶 Taylor 公式.

本题分数	12
得分	

二、求下列极限 (每小题6分)

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^4+1}} + \frac{3}{\sqrt{n^4+3}} + \dots + \frac{2n-1}{\sqrt{n^4+2n-1}} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\ln \frac{1}{x} \right)^{\sin x}$$

本资源免费共享 收集网站 nuuaa.store

本题分数	36
得分	

三、证明题

$$1. (7分) \text{用极限的 } \varepsilon - \delta \text{ 定义证明 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1} = \frac{2}{3}.$$

2. (7分) 证明: $f(x) = \sin \sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上一致连续.

3. (6分) 证明不等式 $\frac{2}{\pi}x < \sin x$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

4. (6分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导 ($a > 0$), 求证: 存在 ξ , $\eta \in (a, b)$ 使得

$$f'(\xi) = \frac{a+b}{2\eta} f'(\eta).$$

5. (10分) 叙述并证明“Heine-Borel 有限覆盖定理”.

本资源免费共享 收集网站 muaa.store

本题分数	12
得分	

四、设 $f(x) = x \cdot \arctan x$, 讨论 $f(x)$ 的单调性、凸性、极值、拐点与渐近线, 并绘制图形.