

南京航空航天大学

第1页 (共3页)

二〇二〇 ~ 二〇二一学年 第2学期 《算法设计与分析》 考试试题

考试日期: 2021年6月 日 试卷类型: 试卷代号:

班号 学号 姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、概念题

(1) 试说明怎样的计算步骤我们称之为“元运算”? 符合怎样条件的元运算, 我们称之为“基本运算”? 试举例说明两种算法中的基本运算。

(2) 关于算法的空间复杂性, 试给出算法所使用空间的定义。算法的空间复杂性和时间复杂性之间存在怎样的关系?

(3) 试分别给出确定性算法和不确定性算法的定义。何为不确定多项式类型的算法?

二、设计一个时间复杂性为 $O(n)$ 的算法对 n 个实数组成的数组进行重新排列, 使得其中所有的负元素都位于正元素之前。你设计的算法的空间复杂度是多少?

三、使用随机算法求解 $\sin(x)/x$ 在区间 $[1,2]$ 上的定积分值 $\int_1^2 \frac{\sin(x)}{x} dx$ 。假设已有随机数发生器 `random()` 可以生成 0 到 1 之间的随机实数。

四、假设矩阵 A 是一个 $m \times n$ 的矩阵(m 行 n 列), 如下图所示

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \cdots & A_{mn} \end{bmatrix}$$

甲需要从 A_{11} 走到 A_{mn} 处, 且甲每次只能向右移动一列或者向下移动一行。比如在 A_{11} 处, 甲只能向右移到 A_{12} 或者向下移到 A_{21} ; 如果在 A_{ij} 处, 甲只能向右移到 $A_{i,j+1}$ 或者向下移到 $A_{i+1,j}$ 处。那么甲从 A_{11} 走到 A_{mn} 处有很多条路径, 每条路径上经历的元素值也不同。

请设计一个 $O(m \times n)$ 的动态规划算法, 求出甲从 A_{11} 走到 A_{mn} 处路径上经历的元素之和的最小值 (包括 A_{11} 和 A_{mn})。要求:

- (1) 给出最优解的表示方法, 递推关系表达式;
- (2) 给出具体的算法步骤;
- (3) 分析算法的时间复杂度。

五、 在一个操场上一排地摆放着 N 堆石子, N 堆石子的编号为 $1, 2, \dots, N$ 。现要将石子有次序地合并成一堆。每堆石子包含的石子个数给定, 规定每次只能选相邻的 2 堆石子合并成新的一堆, 并将新的一堆石子数记为该次合并的得分。

(1) 假设要求计算出将 N 堆石子合并成一堆的最小得分值, 已知该问题可以采用动态规划来进行求解, 试写出你的动态规划算法的递归方程, 并分析该递归方程能否采用递归程序来实现;

(2) 试设计一个动态规划程序 (伪代码即可), 计算出将 N 堆石子合并成一堆的最小得分值;

(3) 试分析第 (2) 问中你设计的动态规划算法的时间复杂度;

(4) 如果要得到取得最小得分的合并方案, 将如何修改程序, 使之能够输出最优的合并方案, 并分析该输出方法的空间复杂度 (注意: 最优合并方案的表示可以采用加括号的方式表示)。

六、用回溯法输出 $1\sim N$ (N 个不重复正整数) 的所有全排列, 如 $N=3$, 则 $1\ 2\ 3; 1\ 3\ 2; 2\ 3\ 1; 3\ 2\ 1\dots$ 均为它的全排列

- (1) 用自然语言描述算法思想;
- (2) 以 $N=3$ 为例, 画出问题的解空间树;
- (3) 写出算法的伪代码程序。