# 南 京 航 空 航 天 大 学



二〇二一 ～ 二〇二二 学年 第 I 学期 **《运筹学》考试试题**

考试日期：2022 年 1 月 日 试卷类型：A 试卷代号：

| | | |
|---|---|---|
| 班号 | 学号 | 姓名 |

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |

## 一、简答题（20 分）

（1）简述弱对偶定理。
（2）简述增广链的判定方法。
（3）简述影子价格的概念。
（4）简述分支定界法的思想。

## 二、（15 分）



A 企业考虑两种资源限制的生产计划安排问题，在利润最大化目标下，列出了如下的线性规划模型：

$$\max z = 3x_1 + 7x_2 + \frac{13}{2}x_3$$

$$s.t.\begin{cases} \frac{5}{4}x_1 + 5x_2 + \frac{5}{2}x_3 \le 60 \\ \frac{3}{2}x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 90 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

（1）用单纯形法求解该线性规划问题的最优解；
（2）指出该问题中两种资源的影子价格，并解释其含义；
（3）若资源系数由 $\begin{pmatrix} 60 \\ 90 \end{pmatrix}$ 变为 $\begin{pmatrix} 60 \\ 90+t \end{pmatrix}$，分析该问题的最优解。

三、（10 分）

有甲、乙、丙三个城市，每年煤炭需求分别为 320，250，350 单位，由 A 和 B 两个煤矿负责供应。两矿的产量分别为 400 和 440 单位，两个煤矿到各城市的运价如表 1 所示。经过协商，丙城市必须得到 320 单位的供应，试求总运费最低的调运方案。

表 1

| | 甲 | 乙 | 丙 |
|---|---|---|---|
| A | 15 | 18 | 22 |
| B | 21 | 25 | 26 |

四、（10 分）

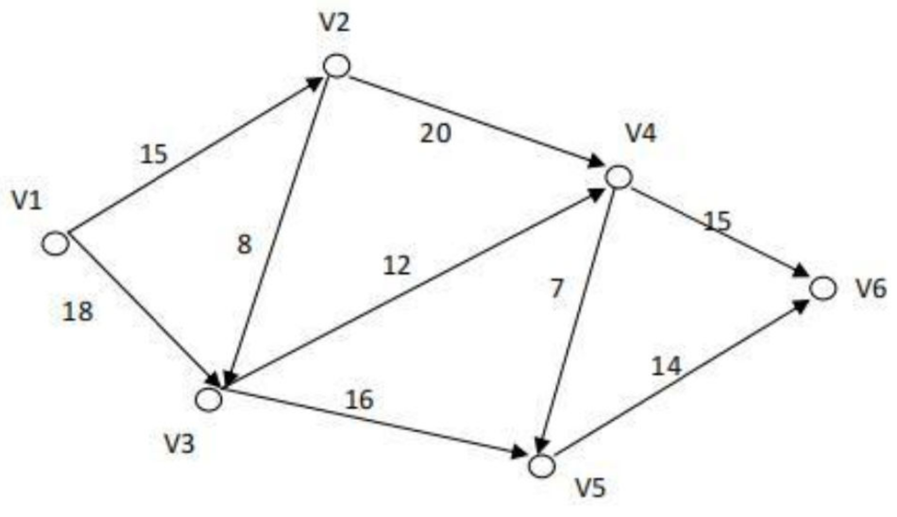
某车间的工作分配过程中，5 个人需要完成 5 项任务，各人完成任务的时间如下所示，要求一个人只能完成一项工作，一项工作只能有一个人完成，请用匈牙利法求解最优指派方案。

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 2 & 10 & 3 \\ 8 & 7 & 2 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 7 & 5 \\ 8 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 9 & 10 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$



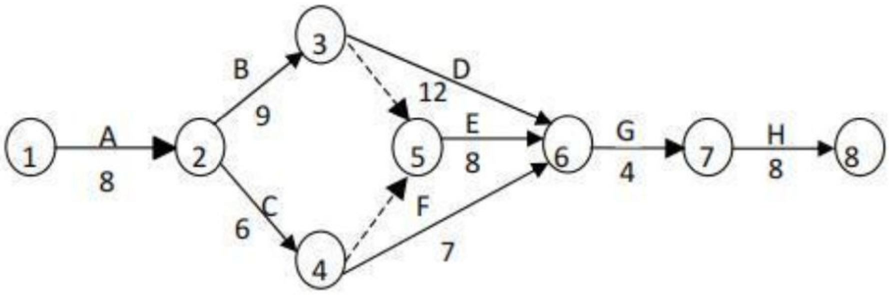
五、（15 分）

请用标号法求从 V1 出发到 V6 的最短距离及最短路径。（弧旁数字为距离）



六、（10分 ）

某工程项目的网络计划如图 所示，图中箭线上方的字母表示工序，箭线下方的数字表示工序作业时间，请计算各工序作业的最早、最迟时间、各工序总时差、关键工序和关键路线。




七、（10 分）

XA 医院的药房每年需某种药品 1600 瓶，每次订购费为 5 元，每瓶药品每年保管费 0.1 元，每瓶药品单价 10 元。制药厂提出若一次订购 800 瓶以上，价格为 9.8 元/瓶，否则为 10 元/瓶，应如何订购？



八、（10 分）

某开发公司拟为一企业承包新产品的研制与开发任务，但为得到合同必须参加投标。已知投标的准备费用为 5 万元，能得到合同的可能性是 40%。如果得不到合同，准备费用得不到补偿。如果得到合同，可采用两种方法进行研制开发：方法 1 成功的可能性为 80%，费用为 25 万元；方法 2 成功的可能性为 60%，费用为 15 万元。如果研制开发成功，按合同开发公司可得到 60 万元，如果得到合同但未研制开发成功，则开发公司必须赔偿 10 万元。请基于决策树方法解决如下问题：是否参加投标？若中标了，采用哪种方法研制开发？

# 南 京 航 空 航 天 大 学



二〇二一 ～ 二〇二二 学年 第I学期 **《运筹学》考试试题**

考试日期：2022 年1 月 日 试卷类型：B 试卷代号：

| | | |
|---|---|---|
| 班号 | 学号 | 姓名 |

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 十 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |

## 一、简答题（20 分）

（1）简述强对偶定理。
（2）简述影子价格的经济意义。
（3）简述不确定型决策中的乐观准则和等可能性准则。
（4）简述割平面法的思想。



## 二、（15 分）

在某企业生产计划制定过程中，考虑两种资源限制（分别为 24 和 120 单位），得到了如下线性规划问题

$$\max z = 3x_1 + 7x_2 + 6.5x_3$$
$$s.t.\begin{cases} 1/2x_1 + 2x_2 + x_3 \le 24 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 \le 120 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

（1）用单纯形法求解该线性规划问题的最优解，并写出两种资源的影子价格；
（2）写出该问题的对偶规划模型；
（3）若目标函数中 $x_1$ 的系数由 3 变为（3＋θ），写出参数 θ 在[1，4]范围变化时的最优解。

三、（10分）

某公司有3个生产同类产品的工厂，生产的产品由4个销售点销售，各工厂的生产量、各销售点的销售量以及各工厂到各销售点的单位产品运价如下表所示，该公司应如何调运产品，在满足各销售点需要量的前提下，使总的运费最小。要求：建立运费最小问题的线性规划模型；并给出最优的调运方案。

| 需地 / 产地 | B1 | B2 | B3 | B4 | 产量 |
|---|---|---|---|---|---|
| A1 | 3 | 9 | 12 | 7 | 9 |
| A2 | 6 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| A3 | 3 | 4 | 6 | 9 | 11 |
| 需求量 | 5 | 8 | 4 | 6 | |

四、（10分）

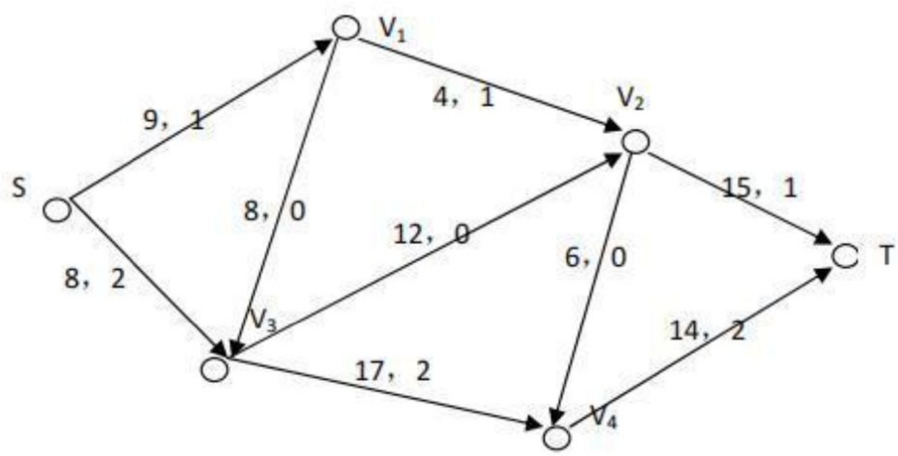
某车间的工作分配过程中，5个人需要完成5项任务，各人完成任务的时间如下所示，要求一个人只能完成一项工作，一项工作只能有一个人完成，请用匈牙利法求解最优指派方案。

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 2 & 10 & 3 \\ 8 & 7 & 2 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 7 & 5 \\ 8 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 9 & 10 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$



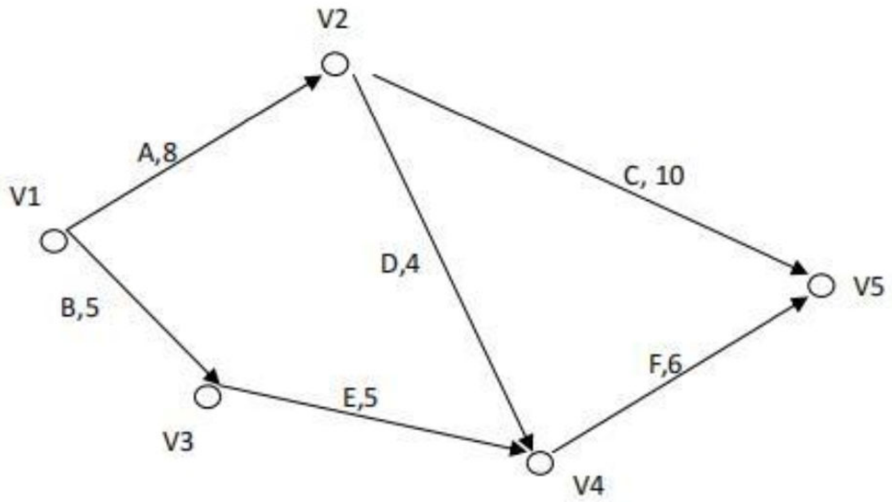
五、（10分）

求从$S$出发到$T$的最大流量（ 弧旁第一个数字为容量，第二个数字为流量）。



六、（15分）

考虑如下计划网络图，其中剪头上第一个表示工序，第二个表示该工序的正常完成时间。




每一工序的正常时间，最快完工时间及其费用如下：

| 工序 | 正常完工 | | 最快完工 | |
|---|---|---|---|---|
| | 时间（月） | 费用（万元） | 时间（月） | 费用（万元） |
| A | 8 | 100 | 6 | 300 |
| B | 5 | 250 | 3 | 450 |
| C | 10 | 100 | 5 | 400 |
| D | 4 | 50 | 3 | 90 |
| E | 5 | 100 | 2 | 250 |
| F | 6 | 80 | 2 | 120 |

（1）计算在正常时间下，各工序最早、最迟时间，各工序的总时差，指出关键路线。
（2）求各工序每缩短一个月的费用率；
（3）设每个月的间接费用为 90 万元，试决定使总费用最小的最优工期。

七、（10分）

已知某产品的需求速度为 100 件，订购费用 5 元，单位存储费 0.4 元，允许缺货，其单位缺货损失 0.15 元。求最小费用与经济批量。

八、（10 分）

D 省根据初步勘探，发现一个矿，该矿含量按估计可能高含量的概率为 0.2，中含量的概率为 0.3，低含量的概率为 0.5。如果决定开采，在高含量的情况下可盈利 400 万元，中等含量下可盈利 100 万元，低含量下将亏损 160 万元。如果不开采，把准备开采的资金用于办工厂将盈利 35 万元。

省政府计划部门认为可以对该矿作进一步的勘探，进一步的勘探要耗费一定数额的勘探费用，其结果可能区分矿区地质结构是否矿物化的情况。在矿物化的情况下，矿高含量的概率提高到 0.5，中含量和低含量的概率为 0.3 和 0.2；如果地质结构非矿物化，则含量高、中、低的概率分别为 0.05、0.1 和 0.85。据专家估计该矿区地质结构矿物化和非矿物化的概率分别为 0.6 和 0.4。请画出决策树，并在勘探费用分别为 40 万和 50 万元时，分析最优的决策方案。

A 卷

一、略

二、

二. (1) 加入松弛变量后，原问题化为

$\max z=3x_1+7x_2+\frac{13}{2}x_3$

$$s.t.\begin{cases}\frac{5}{4}x_1+5x_2+\frac{5}{2}x_3+x_4=60\\ \frac{3}{2}x_1+3x_2+2x_3+x_5=90\\ x_i\geq 0,\ i=1,2,\cdots,5\end{cases}$$

| $c_j$ | | | 3 | 7 | $\frac{13}{2}$ | 0 | 0 | $\theta_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_B$ | $X_B$ | $b$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | |
| 0 | $x_4$ | 60 | $\frac{5}{4}$ | [5] | $\frac{5}{2}$ | 1 | 0 | 12 |
| 0 | $x_5$ | 90 | $\frac{3}{2}$ | 3 | 2 | 0 | 1 | 30 |
| $c_j-z_j$ | | | 3 | 7 | $\frac{13}{2}$ | 0 | 0 | |
| 7 | $x_2$ | 12 | $\frac{1}{4}$ | 1 | $[\frac{1}{2}]$ | $\frac{1}{5}$ | 0 | 24 |
| 0 | $x_5$ | 54 | $\frac{3}{4}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{3}{5}$ | 1 | 108 |
| $c_j-z_j$ | | | $\frac{5}{4}$ | 0 | 3 | $-\frac{7}{5}$ | 0 | |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | 24 | $\frac{1}{2}$ | 2 | 1 | $\frac{2}{5}$ | 0 | |
| 0 | $x_5$ | 42 | $\frac{1}{2}$ | -1 | 0 | $-\frac{4}{5}$ | 1 | |
| $c_j-z_j$ | | | $-\frac{1}{4}$ | -6 | 0 | $-\frac{13}{5}$ | 0 | |

故最优解 $X^*=(0,0,24,0,42)^T$

最优值 $z^*=156$

(2) 由对偶理论可知，两种资源的影子价格分别为 $y_1^*=\frac{13}{5}$，$y_2^*=0$

含义：在其他条件不变的情况下，增加1单位第一种资源，使利润增加 $\frac{13}{5}$；而增加1单位第二种资源，总收入不增加。

(3)

$$b'=B^{-1}b=\begin{bmatrix}\frac{2}{5} & 0\\ -\frac{4}{5} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}60\\ 90+t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}24\\ 42+t\end{bmatrix}$$



由于 $(90+t)$ 表示第二种资源投入，故必有 $90+t\geq 0$，

即 $t\geq -90$

当 $t\geq -42$ 时，$b'=\begin{bmatrix}24\\ 42+t\end{bmatrix}\geq 0$，此时最优基不变，最优解变为 $X^*=(0,0,24,0,42+t)^T$

当 $-90\leq t<-42$ 时，

(注：也可回答最优解不变，仍为 $X^*=(0,0,24)^T$)

| $c_j$ | | | 3 | 7 | $\frac{13}{2}$ | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_B$ | $X_B$ | $b$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | 24 | $\frac{1}{2}$ | 2 | 1 | $\frac{2}{5}$ | 0 |
| 0 | $x_5$ | $42+t$ | $\frac{1}{2}$ | -1 | 0 | $-\frac{4}{5}$ | 1 |
| $c_j-z_j$ | | | $-\frac{1}{4}$ | -6 | 0 | $-\frac{13}{5}$ | 0 |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | $45+\frac{t}{2}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{2}$ | 1 | 0 | $\frac{1}{2}$ |
| 0 | $x_4$ | $-\frac{5(42+t)}{4}$ | $-\frac{5}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | 0 | 1 | $-\frac{5}{4}$ |
| $c_j-z_j$ | | | $-\frac{15}{8}$ | $-\frac{11}{4}$ | 0 | 0 | $-\frac{13}{4}$ |

故最优解为 $X^*=(0,0,45+\frac{t}{2},-\frac{5(42+t)}{4},0)^T$

最优值 $z^*=\frac{1170+13t}{4}$

三、

三、

| 产地\销地 | 甲 | 乙 | 丙 | 丙' | 行差额 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 15 | 18 | 22 | 22 | 3 | 3 | 7 |
| B | 21 | 25 | 26 | 26 | 4 | 4 | 5 |
| C | 0 | 0 | M | 0 | 0 | 0 | |
| 列差额 | 15 | 18 | 4 | 22 | | | |
| | 6 | 7 | 4 | | | | |

| 产地\销地 | 甲 | 乙 | 丙 | 丙' | 产量 |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 200 | 200 | | | 400 |
| B | 120 | | 320 | | 440 |
| C | | 50 | | 30 | 80 |
| 需要量 | 320 | 250 | 320 | 30 | |

| 产地\销地 | 甲 | 乙 | 丙 | 丙' | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 0 [15] | 0 [18] | 2 [22] | 4 [22] | 0 |
| B | 0 [21] | 1 [25] | 0 [26] | 2 [26] | 6 |
| C | 3 [0] | 0 [0] | M-2 [M] | 0 [0] | -18 |
| $v_j$ | 15 | 18 | 20 | 18 | |

因为所有检验数大于等于0，故该方案为最优方案。即从A分别运200，200单位到甲、乙，从B分别运120，320单位到甲、丙。

最小运费 $Z^*=200\times15+200\times18+120\times21+320\times26=17440$（元）

四、

四、对效率矩阵进行变换并试指派

$$
\begin{bmatrix} 3 & 8 & 2 & 10 & 3 \\ 8 & 7 & 2 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 7 & 5 \\ 8 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 9 & 10 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} \min \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 6 \end{array}
\rightarrow
\begin{array}{c}
\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 & 8 & 1 \\ 6 & 5 & 0 & 7 & 5 \\ 4 & 2 & 0 & 5 & 3 \\ 6 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 3 & 4 \end{bmatrix} \\
\min \quad 1 \quad 2 \quad \quad 1 \quad 1
\end{array}
\rightarrow
\begin{bmatrix} 0 & 4 & \phi & 7 & \phi \\ 5 & 3 & 0 & 6 & 4 \\ 3 & 0 & \phi & 4 & 2 \\ 5 & \phi & \phi & 0 & 2 \\ 2 & 2 & \phi & 2 & 3 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} \\ \checkmark \\ \\ \\ \checkmark \end{array}
$$

因为◎的个数 $m=4<n=5$，故转入调整过程。未被直线覆盖的最小元素为2，故调整量 $\theta=2$，调整后重新试指派。

$$
\begin{bmatrix} \phi & 4 & 2 & 7 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 4 & 2 \\ 5 & \phi & 2 & 0 & 2 \\ 0 & \phi & \phi & \phi & 1 \end{bmatrix}
$$

因为◎的个数 $m=n=5$，故该方案为最优方案，即

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
$$

最优效率 $z=3+2+4+3+9=21$

五、

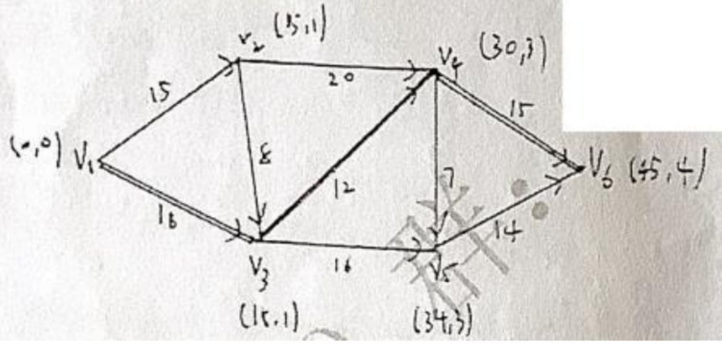
① 给$V_1$标号(0,0)，此时已标号点集$S=\{V_1\}$，未标号点集$\bar{S}=\{V_2,V_3,V_4,V_5,V_6\}$.
弧集$A=\{(V_1,V_2),(V_1,V_3)\}$，$\min\{u_1+w_{12},u_1+w_{13}\}=\min\{15,18\}=15$，故标号点为$V_2$，前趋点为$V_1$，给$V_2$标号(15,1)

② 此时，$S=\{V_1,V_2\}$，$\bar{S}=\{V_3,V_4,V_5,V_6\}$，$A=\{(V_1,V_3),(V_2,V_3),(V_2,V_4)\}$，
$\min\{u_1+w_{13},u_2+w_{23},u_2+w_{24}\}=\min\{18,23,35\}=18$，故标号点为$V_3$，前趋点为$V_1$，给$V_3$标号(18,1)

③ 此时，$S=\{V_1,V_2,V_3\}$，$\bar{S}=\{\cancel{V_3}\ V_4,V_5,V_6\}$，$A=\{(V_2,V_4),(V_3,V_4),(V_3,V_5)\}$.
$\min\{u_2+w_{24},u_3+w_{34},u_3+w_{35}\}=\min\{35,30,34\}=30$
故标号点为$V_4$，前趋点为$V_3$，给$V_4$标号(30,3)

④ 此时，$S=\{V_1,V_2,V_3,V_4\}$，$\bar{S}=\{V_5,V_6\}$，$A=\{(V_3,V_5),(V_4,V_5),(V_4,V_6)\}$
$\min\{u_3+w_{35},u_4+w_{45},u_4+w_{46}\}=\min\{34,37,45\}=34$
故标号点为$V_5$，前趋点为$V_3$，给$V_5$标号(34,3).

⑤ 此时，$S=\{V_1,V_2,V_3,V_4,V_5\}$，$\bar{S}=\{V_6\}$，$A=\{(V_4,V_6),(V_5,V_6)\}$
$\min\{u_4+w_{46},u_5+w_{56}\}=\min\{45,48\}=45$，标号点为$V_6$，前趋点为$V_4$，给$V_6$标号(45,4)
此时已找到从$V_1$到$V_6$的最短路，即$V_1\to V_3\to V_4\to V_6$，最短路径为45。



六、

| 工序代号 | 工序时间 | 最早时间 | | 最迟时间 | | 总时差 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 开始 $T_{ES}$ | 结束 $T_{EF}$ | 开始 $T_{LS}$ | 结束 $T_{LF}$ | TF |
| A | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| B | 9 | 8 | 17 | 8 | 17 | 0 |
| C | 6 | 8 | 14 | 15 | 21 | 7 |
| D | 12 | 17 | 29 | 17 | 29 | 0 |
| E | 8 | 17 | ~~24~~ 25 | 21 | 29 | 4 |
| F | 7 | 14 | 21 | 22 | 29 | 8 |
| G | 4 | 29 | 33 | 29 | 33 | 0 |
| H | 8 | 33 | 41 | 33 | 41 | 0 |

关键工序为 A.B.D.G.H

关键路线为 ①→②→⑤→⑥→⑦→⑧

七、

由题知 $K=1600$（件/年），$C_3=5$（元/次），$C_1=0.1$（元/件.年），$k=\begin{cases}10, & 0\le Q<800\\ 9.8, & Q\ge 800\end{cases}$

由EOQ公式 $Q^*=\sqrt{\frac{2C_3R}{C_1}}=\sqrt{\frac{2\times5\times1600}{0.1}}=400$（件）



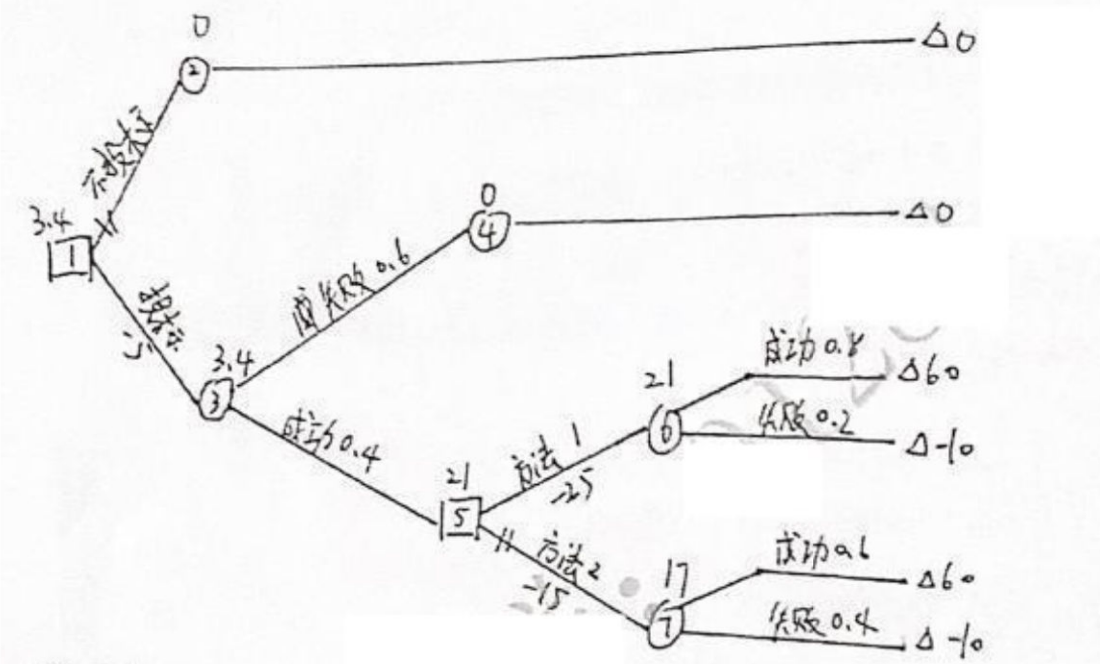
$C(400)=\frac{1}{2}C_1Q+C_3\cdot\frac{R}{Q}+kR=\frac{1}{2}\times0.1\times400+5\times\frac{1600}{400}+10\times1600=16040$（元）

$C(800)=\frac{1}{2}C_1Q+C_3\frac{R}{Q}+kR=\frac{1}{2}\times0.1\times800+5\times\frac{1600}{800}+9.8\times1600=15730$（元）

因为 $C(800)=15730<C(400)=16040$

所以最经济订购批量 $Q=800$，订货周期为0.5年。

八、




计算各点期望值:

状态点②: 0(万元)

状态点④: 0(万元)

状态点⑥: 60×0.8+(-10)×0.2-25=21(万元)

状态点⑦: 60×0.6+(-10)×0.4-15=17(万元)

因为点⑥的期望值大于点⑦，故剪去方法2分支，点⑥期望值移到点5

状态点③: 21×0.4+0×0.6-5=3.4(万元)

同理，剪去不投标分支，点③期望值移到点1

故最优方案为投标，若成功则选择方法1。

B 卷

一、略

二、

二. (1) 加入松弛变量 $x_4, x_5$，原问题变化为

$$\max z = 3x_1 + 7x_2 + 6.5x_3$$

$$s.t.\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + x_5 = 120 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

| | | $c_j$ | 3 | 7 | 6.5 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | $X_B$ | b | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $\theta_i$ |
| 0 | $x_4$ | 24 | $\frac{1}{2}$ | [2] | 1 | 1 | 0 | 12 |
| 0 | $x_5$ | 120 | 2 | 4 | 8 | 0 | 1 | 30 |
| | $c_j-z_j$ | | 3 | 7 | $\frac{13}{2}$ | 0 | 0 | |
| 7 | $x_2$ | 12 | $\frac{1}{4}$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 24 |
| 0 | $x_5$ | 72 | 1 | 0 | [6] | -2 | 1 | 12 |
| | $c_j-z_j$ | | $\frac{5}{4}$ | 0 | 3 | $-\frac{7}{2}$ | 0 | |
| 7 | $x_2$ | 6 | $[\frac{1}{6}]$ | 1 | 0 | $\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{12}$ | 36 |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | 12 | $\frac{1}{6}$ | 0 | 1 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | 72 |
| | $c_j-z_j$ | | $\frac{3}{4}$ | 0 | 0 | $-\frac{5}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | |
| 3 | $x_1$ | 36 | 1 | 6 | 0 | 4 | $-\frac{1}{2}$ | |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | 6 | 0 | -1 | 1 | -1 | $\frac{1}{4}$ | |
| | $c_j-z_j$ | | 0 | $-\frac{9}{2}$ | 0 | $-\frac{11}{2}$ | $-\frac{1}{8}$ | |

最优解为 $X^*=(36,0,6,0,0)^T$，最优值为 $z^*=147$

由对偶理论，两种资源的影子价格为 $y_1^*=\frac{11}{2}$，$y_2^*=\frac{1}{8}$

(2) $\min w = 24y_1 + 120y_2$

$$s.t.\begin{cases} \frac{1}{2}y_1 + 2y_2 \geq 3 \\ 2y_1 + 4y_2 \geq 7 \\ y_1 + 8y_2 \geq 6.5 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$



(3)

| | | $c_j$ | $3+\theta$ | 7 | $\frac{13}{2}$ | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_B$ | $X_B$ | b | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | $x_5$ | $\theta_i$ |
| $3+\theta$ | $x_1$ | 36 | 1 | 6 | 0 | 4 | $-\frac{1}{2}$ | - |
| $\frac{13}{2}$ | $x_3$ | 6 | 0 | -1 | 1 | -1 | $[\frac{1}{4}]$ | 24 |
| | $c_j-z_j$ | | 0 | $-\frac{9}{2}-6\theta$ | 0 | $-4\theta-\frac{11}{2}$ | $\frac{\theta}{2}-\frac{1}{8}$ | |
| $3+\theta$ | $x_1$ | 48 | 1 | 4 | 2 | 2 | 0 | |
| 0 | $x_5$ | 24 | 0 | -4 | 4 | -4 | 1 | |
| | $c_j-z_j$ | | 0 | $-5-4\theta$ | $\frac{1}{2}-2\theta$ | $-6-2\theta$ | 0 | |

故最优解为 $X^*=(48,0,0,0,24)^T$

最优值为 $z^*=144+48\theta$

三、

三、设 $x_{ij}$ 表示从 $A_i$ 运往 $B_j$ 的产品数量，$c_{ij}$ 为运费，$a_i$ 为 $A_i$ 的产量，$b_j$ 为 $B_j$ 的需求量

$i=1,2,3,\ j=1,2,3,4$，则该问题的数学模型为

$$\min z=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4}c_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\begin{cases}\sum_{i=1}^{3}x_{ij}\ge b_j & (j=1,2,3,4)\\ \sum_{j=1}^{4}x_{ij}\le a_i & (i=1,2,3)\\ x_{ij}\ge 0, & i=1,2,3,\ j=1,2,3,4\end{cases}$$

该问题为产大于销的运输问题，故虚拟一个需地 $B_5$，需求量为2、由伏格尔法求得初始可行解，并用位势法检验。

| 产地＼需地 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | 行差额 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 3 | 9 | 12 | 7 | 0 | 3 4 2 2 |
| $A_2$ | 6 | 3 | 4 | 4 | 0 | 3 1 1 |
| $A_3$ | 3 | 4 | 1 | 9 | 0 | 3 1 2 5 |
| 列差额 | 0 | 1 5 | 2 6 | 3 2 | 0 | |

| 产地＼需地 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | 产量 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 5 | 1 | | 1 | 2 | 9 |
| $A_2$ | | | (+1) | 5 | | 5 |
| $A_3$ | | 7 | 4 | | | 11 |
| 需求量 | 5 | 8 | 4 | 6 | 2 | |

| 产地＼需地 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| $A_2$ | 6 | -3 | -4 | 0 | 3 | -3 |
| $A_3$ | 5 | 0 | 0 | 7 | 5 | -5 |
| $v_j$ | 3 | 4 | 11 | 7 | 0 | |

存在检验数小于0，用闭回路调整法调整，调整量 $\theta=1$。

| 产地＼需地 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | 产量 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 5 | | | 2 | 2 | 9 |
| $A_2$ | | | 1 | 4 | | 5 |
| $A_3$ | | 8 | 3 | | | 11 |
| 需求量 | 5 | 8 | 4 | 6 | 2 | |

| 产地＼需地 | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | $B_4$ | $B_5$ | $u_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 0 | | | 0 | 0 | 0 |
| $A_2$ | 6 | 1 | 0 | 0 | 3 | -3 |
| $A_3$ | 1 | 0 | 0 | 3 | 1 | -1 |
| $v_j$ | 3 | 5 | 7 | 7 | 0 | |

因为检验数都大于等于0，所以该方案为最优方案。

即从 $A_1$ 分别运5，2单位到 $B_1$，$B_4$

从 $A_2$ 分别运1，4单位到 $B_3$，$B_4$

从 $A_3$ 分别运2，3单位到 $B_2$，$B_3$。 最小运费 $z^*=5\times3+2\times7+1\times4+4\times4+8\times4+3\times1=49$

四、

同 A 卷第四题

五、

① 给 $v_s$ 标号 $(0,+\infty)$，此时已标号未检查点集 $V_0=\{v_s\}$，已标号已检查点集 $V_S=\phi$，

未标号点集 ~~$\bar{V}_S=\{v_1,v_2,v_4,v_5\}$~~ $\bar{V}_S=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_T\}$

② 检查 $v_s$ 点。弧 $(v_s,v_1)$，$(v_s,v_3)$ 均为前向非饱和弧，故分别给 $v_1,v_3$ 标号 $(v_s,L(v_1))$，$(v_s,L(v_3))$

其中 $L(v_1)=\min\{+\infty,c_{s1}-f_{s1}\}=\min\{+\infty,8\}=8$，$L(v_3)=\min\{+\infty,c_{s3}-f_{s3}\}=\min\{+\infty,6\}=6$

此时，$V_0=\{v_1,v_3\}$，$V_S=\{v_s\}$，$\bar{V}_S=\{v_2,v_4,v_T\}$

③ 检查 $v_3$ 点。弧 $(v_3,v_2)$ ~~均为~~ $(v_3,v_4)$ 均为前向非饱和弧，故分别给 $v_2,v_4$ 标号 $(v_3,L(v_2))$，$(v_3,L(v_4))$

其中 $L(v_2)=\min\{L(v_3),c_{32}-f_{32}\}=\min\{6,12\}=6$，$L(v_4)=\min\{L(v_3),c_{34}-f_{34}\}=\min\{6,15\}=6$

此时，$V_0=\{v_1,v_2,v_4\}$，$V_S=\{v_s,v_3\}$，$\bar{V}_S=\{v_T\}$

④ 检查 $v_4$ 点。弧 $(v_4,v_T)$ 为前向非饱和弧，故给 $v_T$ 标号 $(v_4,L(v_T))$，其中

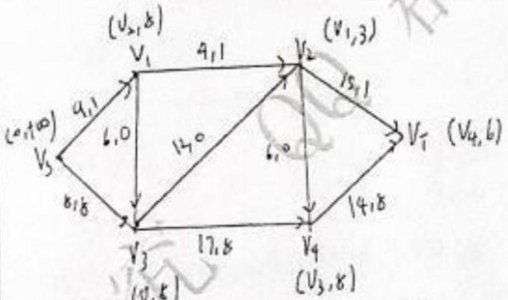
$L(v_T)=\min\{L(v_4),c_{4T}-f_{4T}\}=\min\{6,12\}=6$。

此时 $v_T$ 已得到标号，故不再检查，转入调整过程。找到一条增广链

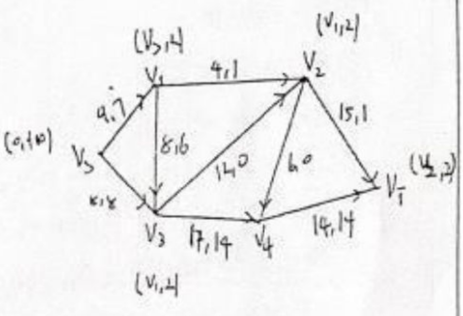
$v_s\to v_3\to v_4\to v_T$，调整量 $\theta=6$。



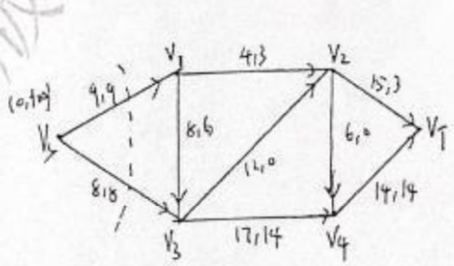
$$f'_{ij}=\begin{cases} f'_{s3}=f_{s3}+\theta=2+6=8, & (v_s,v_3)\in\mu^+ \\ f'_{34}=f_{34}+\theta=2+6=8, & (v_3,v_4)\in\mu^+ \\ f'_{4T}=f_{4T}+\theta=2+6=8, & (v_4,v_T)\in\mu^+ \\ f_{ij}, & (v_i,v_j)\notin\mu \end{cases}$$




对调整后的可行流重新标号，找到一条增广链 $v_s\to v_1\to v_3\to v_4\to v_T$，调整量 $\theta=6$。




对调整后的可行流重新标号，找到增广链 $v_s\to v_1\to v_2\to v_T$，调整量 $\theta=2$.




此时已找不到从 $v_s$ 到 $v_T$ 的增广链，即该可行流为最大流。最小截集 $K=\{(v_s,v_1),(v_s,v_3)\}$

最大流量 $C(K)=c_{s1}+c_{s3}=9+8=17$

六、

(1)

| 工序代号 | 工序时间 | 最早时间 | | 最迟时间 | | 总时差 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 开始 $T_{ES}$ | 结束 $T_{EF}$ | 开始 $T_{LS}$ | 结束 $T_{LF}$ | TF |
| A | 8 | 0 | 8 | 0 | 8 | 0 |
| B | 5 | 0 | 5 | 2 | 7 | 2 |
| C | 10 | 8 | 18 | 8 | 18 | 0 |
| D | 4 | 8 | 12 | 8 | 12 | 0 |
| E | 5 | 5 | 10 | 7 | 12 | 2 |
| F | 6 | 12 | 18 | 12 | 18 | 0 |

关键工序为A.C.D.F

关键路线为 $V_1 \to V_2 \to V_5$

和 $V_1 \to V_2 \to V_4 \to V_5$

(2) $P_A = \frac{300-100}{8-6} = 100$ (万元/月)

$P_B = \frac{450-250}{5-3} = 100$ (万元/月)

$P_C = \frac{400-100}{10-5} = 60$ (万元/月)

$P_D = \frac{90-50}{4-3} = 40$ (万元/月)

$P_E = \frac{250-100}{5-2} = 50$ (万元/月)

$P_F = \frac{120-80}{6-2} = 10$ (万元/月)

(3) ① C、F各缩短4天 直接费用增加 $C_直 = 280$ (万元)，间接费用减少 $C_间 = 360$ (万元)，$T_总 = 14$ (天)



此时再缩短任何工序都将使(直)C间，即在经济上不可取

故最优方案为C、F各缩短4天，最优工期为14天，总费用 $T_C = 2220$ (万元)

七、

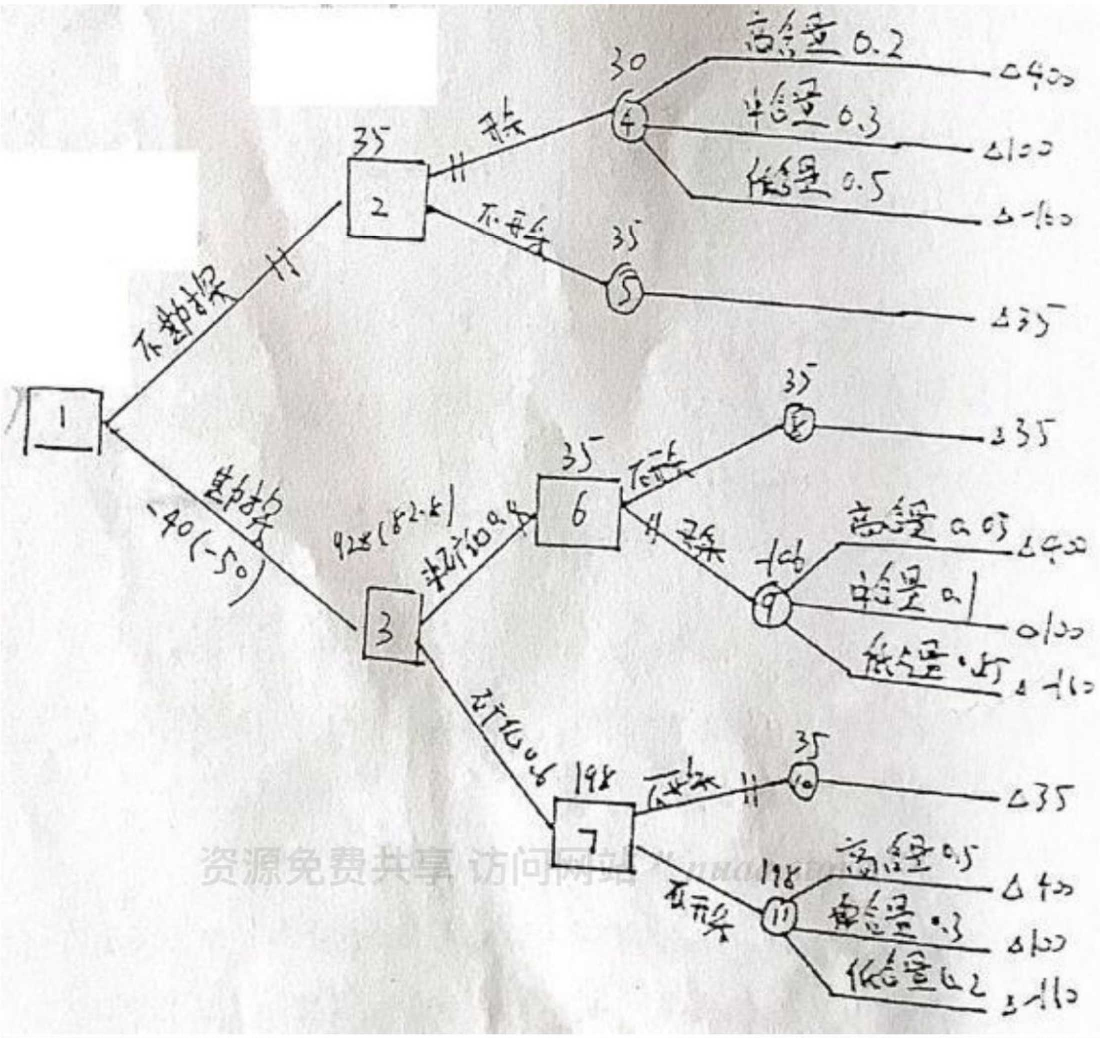
由题 $R=100$(件) $C_1=0.4$(元/件)，$C_3=5$(元/次)，$C_2=0.15$(元/件)

由EOQ公式 $Q^* = \sqrt{\frac{2C_3R}{C_1} \cdot \frac{C_1+C_2}{C_2}} = \sqrt{\frac{2\times5\times100\times(0.15+0.4)}{0.4\times0.15}} \approx 96$(件)

$C^* = \sqrt{\frac{2C_1C_3R \cdot C_2}{C_1+C_2}} = \sqrt{\frac{2\times0.4\times5\times100\times0.15}{0.4+0.15}} \approx 10.44$(元)

故经济批量为96件，最小费用为10.44元

八、



计算各点的期望值：

状态点④：400×0.2+100×0.3+(−160)×0.5=30（万元）

状态点⑤：35（万元）

因为点⑤的期望值大于点④，故剪去开采分支，点⑤的期望值移到决策点②

状态点⑨：400×0.05+100×0.1+(−160)×0.85=−106（万元）

状态点⑧：35（万元）

同理剪去开采分支，点⑧的期望值移到点⑥

状态点⑪：400×0.5+100×0.3+(−160)×0.2=198（万元）

状态点⑩：35（万元）

同理剪去不开采分支，点⑪的期望值移到点⑦

由于无论勘探费用是40万元还是50万元，点③的期望值大于点②，故剪去不勘探分支。

最优方案为：进行勘探，若矿好，就开采，否则不开采。