二〇二一 ～ 二〇二二 学年 第 学期《 高等数学 I(2)》考试试题

考试日期： 年 月 日 试卷类型： 试卷代号：

班号	学号	姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、 填空题

1.$\lim\limits_{\substack{x\to1\\y\to0}}\dfrac{\ln\left(1+e^{xy}\right)}{e^{xy}}=$_______.

2.设函数$z=\dfrac{y}{x}$,在点(1,1)处当$\Delta x=0.1,\Delta y=-0.2$时的全微分是_______.

3.曲线$x=\dfrac{t}{1+t},y=\dfrac{1+t}{t},z=t^2$在对应$t=1$的点处的法平面方程为________.

4.设Σ为球面$x^2+y^2+z^2=1$,则球面上点$\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}},-\dfrac{1}{\sqrt{3}},-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$指向球面外侧的单位法向量为__.

5.设向量场$\boldsymbol{A}=2x^3yz\boldsymbol{i}-x^2y^2z\boldsymbol{j}-x^2yz^2\boldsymbol{k}$,则其在点$M(1,1,2)$处的散度$div\,\boldsymbol{A}\big|_M=$_______.

6.$p-$级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^p}$,当且仅当____时发散(填$p$ 的取值范围).

7.设$\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right|=3$,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nx^{2n-1}$的收敛半径$R$________.

8.设$f(x)$是周期为2π的周期函数,其在$(-\pi,\pi]$上的表达式为

$f(x)=\begin{cases}-1,-\pi<x\leqslant0\\1+x^2,0<x\leqslant\pi\end{cases}$,$S(x)$为$f(x)$的以$2\pi$为周期的傅里叶级数

的和函数,则$S(\pi)=$_______.

9.求解微分方程$y''=\dfrac{1}{x}y'+xe^x(x>0)$的通解______.

10.二阶常系数齐次线性微分方程的一个特解为$y=xe^x$,则该方程为______.

二、 选择题

1.$f(x)=\begin{cases}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{x^2+y^2},x^2+y^2\neq0\\0,,x^2+y^2=0\end{cases}$在(0,0)处

A.偏导数不存在　　*B*.偏导数存在且连续

C.不可微　　*D*.可微

2.设Σ为上半球面$z=\sqrt{4-x^2-y^2}$,则曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}\frac{\mathrm{d}S}{1+\sqrt{x^2+y^2+z}}$的值为( )

$A.4\pi$ $B.\frac{16}{5}\pi$ $C.\frac{16}{3}\pi$ $D.\frac{8}{3}\pi$

3.设常数$k\neq 0$,则级数$\sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(n\pi+\frac{k\pi}{n}\right)$

A.条件收敛 B.绝对收敛 C.发散 D.敛散性与k 的取值有关

三.设$y(x),z(x)$由方程组$\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ x^2+2y^2+3z^2=20 \end{cases}$确定，求$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x},\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.

四.计算

(1)$\iint\limits_{\Sigma}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中$\Sigma$为$z=x^2+4y^2(0\leqslant z\leqslant 4)$的上侧.

(2)求微分方程$(x^2-3xy^2)\mathrm{d}x+(y^2-3x^2y)\mathrm{d}y$的通解.

五.将函数$f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$展开成$(x+4)$的幂级数.

六.判断下列级数是发散、收敛还是绝对收敛的,说明理由.

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$ $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n-1}$ $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

七. 求微分方程$y''-2y'+y=4xe^x$的通解.

八.设$f(x)$在$x>0$时可导且满足$xf(x)=3x+\int_1^x f(t)\mathrm{d}t$,求$f(x)$.

九.求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n}x^n$的收敛域与和函数.

十.证明$\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z+\sqrt{3}a)\mathrm{d}S\geqslant 12\pi a^3(a>0)$,其中

Σ为球面$x^2+y^2+z^2-2ax-2ay-2az+2a^2=0$.