

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

1. 已知 $f(x) = \frac{\cos x}{1 - e^x}$, 则 $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 的定义域 _____

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 5 \ln(1+x)}{5x + \ln^2(1+x)} =$ 本资源免费共享, 收集网站 nuaa.store

3. 设 $y = \operatorname{arccot} \sqrt{1-x}$, 则 $dy|_{x=-1} =$ _____.

$\int \frac{x}{x^2+1} dx$

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x}{2}} + \cos x - 2 & x < 0 \\ 2\sin x & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处的左导数 $f'_-(0) =$ _____.

5. 函数 $f(x) = 3 - 2e^{-x^2}$ 图形的拐点 _____.

6. 设 $y = \cos(5x)$, 则当 $n \geq 1$ 时, $y^{(n)}(0) =$ _____.

7. 函数 $f(x) = \frac{x}{1-x}$ 的带皮亚诺型余项的 n 阶麦克劳林展开式 _____.

8. 曲线 $y = \sqrt{2x-1}$ 在 $(5, 3)$ 处的切线方程为 _____.

1. 下面四个结论中哪个正确的 ()

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$; B. 如果 $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = A$, 则 $f'(x_0) = A$;

C. 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内连续且 $f(x_0)$ 为极大值, $x_0 \in (a, b)$, 则 $f'(x_0) = 0$;

D. 对于 $x \in (a, b)$, $f''(x) > 0$, 则函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 的图形为凹的;

2. 设 $a \in R$, 函数 $f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{e^x + 1}\right) & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导, 则 ()

A. $\alpha > 1$ B. $\alpha > 0$ C. $\alpha < -1, \alpha > 1$ D. $0 < \alpha < 1$

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $e^{3x^{\frac{1}{5}}} - 1$ 与 $ax^b \ln(1+x)$ 为等价无穷小, 则 ()

A. $a = 3, b = \frac{4}{5}$ B. $a = 3, b = -\frac{4}{5}$

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

1. 求函数极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + x}}{x^3}$

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

2. 求数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right)$

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

3. 求幂指函数极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \arctan \frac{2}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

4. 设曲线 $y = \frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x^2}}$, 求其图形的水平渐近线.

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

5. 已知函数 $f(x)$ 可导, 求函数 $y = f(\arcsin(\sqrt{x}))$ 的微分 dy .

本资源免费共享 收集网站 nuua.store

6. 设 $f(x) = x \ln(x+1)$, 求 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$.

| | |
|----|---|
| 分数 | 6 |
| 分 | |

四、求函数 $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6$ 在 $[-2, 2]$ 上的最值及最值点.

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

五、求由参数方程 $\begin{cases} \sin t - xe^x + t = 0 \\ y = \sin t + t \end{cases}$ 确定的函数的

导数 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

7

六、讨论函数 $f(x) = \frac{x \arctan x}{e^{\frac{x^2}{x-2}} - 1}$ 的连续性，若有

间断点，判别其分类.

◇

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

七、不等式证明：当 $x \neq y$, $0 < x < \pi$, 有 $\sin \frac{x}{2} > \frac{x}{\pi}$.

7

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

八、设函数 $f(x)$ 及 $f'(x)$ 均在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可导, 且 $f(a) = f(b) = f'(b) = 0$, 证明:

(1) 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $2\xi f(\xi) + f'(\xi) = 0$.

(2) 存在 $\eta \in (a, b)$, 使得

$$2f(\eta) + 2\eta f'(\eta) + f''(\eta) = 0.$$