

一、 设  $A=\{1,2,3,4,5\}$ ,  $R\subseteq A\times A$ , 且  $R=\{\langle 1,1\rangle,\langle 1,4\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 2,4\rangle,\langle 3,1\rangle,\langle 3,2\rangle,\langle 4,4\rangle,\langle 5,2\rangle\}$ , 求(1) $r(R)$ ;(2) $s(R)$ ;(3) $t(R)$ . 并分别画出它们的关系示意图.(10.0 分)

二、 设  $A, B, C$  是任意集合, 证明:

$$(1) (B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A;$$

$$(2) (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C).$$

三、 集合  $A=\{a,b, \emptyset\}$ .  $B=\{\emptyset,1,a\}$ . 求  $A-(B\oplus A)$  和  $P(A)\oplus P(B)$ .

四、 设  $R_1\subseteq A\times B, R_2\subseteq B\times C, R_3\subseteq B\times C$ . 证明: (1) $(R_1 - R_2)^{-1} = R_1^{-1} - R_2^{-1}$ ;

$$(2) R_3=(R_2 \cap R_3) \subseteq R_1 \circ R_2 \cap R_1 \circ R_3.$$

五、 给定下列偏序集:

$\langle \{\{1\},\{2\},\{4\},\{1,2\},\{1,4\},\{2,4\},\{3,4\},\{1,3,4\},\{2,3,4\}\}, \subseteq \rangle$  回答下述问题:

(1) 画出该偏序集的哈斯图:

(2) 求  $\{\{1\},\{2\},\{4\},\{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\},\{3,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$  的最大元, 最小元, 极大元, 极小元, 若不存在, 请指明。

(3) 求  $\{\{2\}, \{4\}\}$  的所有上界和上确界, 若不存在, 请指明。

(4) 求  $\{\{1,3,4\}, \{2,3,4\}\}$  的所有下界和下确界, 若不存在, 请指明。

六、 设集合  $A=\{a,b,c,d\}$ . (1)  $R$  和  $S$  是  $A$  上的关系, 且

$$R=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle d,d\rangle,\langle a,d\rangle\};$$

$$S=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle c,c\rangle,\langle c,b\rangle,\langle d,d\rangle,\langle b,c\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,b\rangle,\langle d,b\rangle,\langle d,c\rangle\};$$

(1) 判断  $R$  和  $S$  是否是等价关系, 若是等价关系, 进一步给出其对应的商集

(2) 给定  $A$  上的一个划分  $\Pi=\{\{a,b\},\{c\},\{d\}\}$ . 请给出该划分确定的等价关系

七、(1) 设  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$ .  $g \circ f$  是一个复合映射, 如果  $f$  和  $g$  是单射, 证明  $g \circ f$  也是单射:

(2) 设  $f:A \rightarrow B$ ,  $g:B \rightarrow C$  均为双射映射, 证明  $(g \circ f)^{-1} =$

$$f^{-1} \circ g^{-1}$$

八、用斜形方法证明下列推理关系: 第1题和第2题只能用12条形式推理规则和归谬律, 第3题和第4题可用16条形式推理规则和命题逻辑自然推理系统中的所有定理:

(1)  $\neg A \rightarrow B, \neg B \vdash A$ ; (5分)  $\vdash \neg$

(2)  $\neg(A \wedge B) \vdash \neg A \rightarrow \neg B$ ; (10分)

(3)  $\exists x \forall y A(x, y) \vdash \forall y \exists x A(x, y)$ ; (5分)

(4)  $\exists x A(x) \rightarrow B \vdash \neg \forall x (A(x) \rightarrow B)$ ,  $x$  不在  $B$  中出现. (10分)