一、已知机械运动有如下图所示，其中 M_1，M_2 为质量重物，K为弹簧系数，忽略 M_1、M_2 在地面上受的摩擦力，作用在 M_1 上的拉力 u 为系统输入量，M_1、M_2 的位移量 y_1、y_2 为输出量，试建立系统的状态空间表达式（运动自与重力相平衡的位置开始）取状态变量 $x_1=y_1$，$x_2=y_2$，$x_3=\dot{y}_1$，$x_4=\dot{y}_2$。

二、已知线性定常系统的状态空间表达式为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 0 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}u$，$y=[3\ \ 2]x$

系统的初始状态为 $x(0)=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$，输入量为 $u(t)=e^{-2t}$ $(t\geq 0)$，求 $y(t)$。

三、已知 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 3\\ -2 & -2 & 6\\ -1 & -2 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 5\end{bmatrix}u$。

(1) 将系统化成对角标准型。

(2) 计算系统的传递函数，并根据传递函数的零极点对消情况判断系统是否能控和能观。

四、已知 $\dot{x}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 0 & k\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}k-2\\ 1\end{bmatrix}u$，$y=[3\ \ 1]x$

(1) 求k的取值范围，使得系统既能控又能观。

(2) 取 $k=-1$，若系统能观，将其化为能观标准型，若不能观，将系统按能观性进行分解。

五、系统的状态方程为 $\dot{x}_1=-x_1+2x_2$ (15')

$\dot{x}_2=2x_1-5x_2$

(1) 以李雅普诺夫第二方法确定该系统在原点的稳定性。

(2) 从能量角度叙述李雅普诺夫第二方法的物理解释。

六、已知 $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -5\\ 0 & 1 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u$，$y=[0\ \ 0\ \ 1]x$。 (20')

(1) 设计全维观测使其极点位于 -4，~~-3 ± 5~~ $-3\pm j3$ 处。

(2) 设计状态反馈使闭环系统的极点位于 -5，-2，-2 处。

(3) 求系统经状态反馈后的传递函数. 分析状态反馈和全维状态观测器
分别对传递函数有什么影响.

七. 已知系统状态方程及初始条件为 $\dot{x}(t) = -x(t) + u(t)$. $x(0) = 5$. 其控制

为: $|u(t)| \le 2$. 试求使性能指标 $J = \int_0^2 (-x + \frac{1}{2}u)\,dt$ 为极小的最优控制 u^*

和 $x^*(t)$. (15')