

二〇一九 ~ 二〇二〇学年 第2学期 《算法设计与分析》 考试试题

考试日期: 2020年8月18日 试卷类型: A 试卷代号: 160006

班号 学号 姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	15
得分	

一、简答题 (共3小题)

(5分)(1) 什么计算步骤被称为“元运算”? 请列举三种元运算的例子。怎样的元运算被称为“基本运算”? 请列举至少三种基本运算的候选者。

(5分)(2) 请给出对算法使用的空间的定义。对算法使用的空间的统计是否包括用来存储输入的空间? 为什么? 算法的时间复杂性和空间复杂性二者的关系是怎样的? 为什么?

(5分)(3) 请说明分治算法与动态规划算法之间的区别与联系。

本题分数

16

得 分

二、假设现有函数 $\text{Randf}()$ ，可以返回均匀分布在区间 $[0, 3]$ 的一个随机实数，请利用 $\text{Randf}()$ 设计一个随机算法，用于求出 $\sqrt[3]{17}$ （即 17 的立方根）的近似值，为算法步骤给出必要的注释；并简要说明算法的正确性。

本题分数	18
得分	

三、关于快速排序算法 QUICKSORT

(1) 试用几句话简单地描述快速排序算法 QUICKSORT 的算法思想。

(2) 试将下面的 QUICKSORT 算法的子过程 quicksort 的伪代码程序中的第 1, 2, 3, 4 步补充完整。

算法 QUICKSORT

INPUT: n 个元素数组 $A[1 \cdots n]$

OUTPUT: 按非降序排列的数组 A

1. quicksort($A, 1, n$)

过程 quicksort($A, low, high$)

1. if ??? then

2. _____

3. _____

4. _____

5. end if

(3) 试对 QUICKSORT 算法进行最坏情况分析, QUICKSORT 算法的最坏情况是怎样的? 最坏情况何时会发生? 请至少举一个导致最坏情况发生的输入示例。在最坏情况下, QUICKSORT 算法执行的总元素比较次数是多少? 从而可以得出什么结论, 在最坏情况下, QUICKSORT 算法的时间复杂度是怎样的?

(4) 为了避免上述最坏情况的发生, 可以怎样对 QUICKSORT 算法进行改进? 试列式分析这样改进之后的算法时间复杂度是怎样的?

四、数组 $A[1,2,\dots,n]$ 中存放了 n 个无序的各不相同的数值元素, k 是一个小于 n 的正整数, 并且满足 $k = \Theta(n/\log n)$, 设计一个算法, 求出数组 A 中最小的 k 个元素, 并按照从小到大的顺序存储到数组 $B[1,2,\dots,k]$ 。算法步骤给出必要的注释, 要求:

本题分数	16
得分	

- (1) 算法的时间复杂度为 $\Theta(n)$, 为算法步骤给出必要的注释;
- (2) 并证明所设计的算法的时间复杂度满足上述要求。

本题分数	17
得分	

五、试运用动态规划算法求解此问题：求从 n 个物体中取出 m 个 ($0 \leq m \leq n$) 的组合数 C_n^m 。

- (1) 试给出求解该问题的递推关系式。
- (2) 如果运用动态规划算法求解此问题，应该设计怎样的数据结构来记录已求得子问题的解？它的初始条件是怎样的？
- (3) 设计出根据上述分析解决该问题的动态规划算法（要求写出伪代码程序）。
- (4) 试分析以上所设计的动态规划算法的时间复杂度和空间复杂度。

本题分数	18
得 分	

六、有 n 张卡片排成一行，并且有 n 个不同的数字写在卡片上（每张卡片上一个），使得卡片呈降序排列状态。现在允许你交换任何一对卡片的位置，只要它们之间只有一张卡片即可。对于什么样的 n 值，在这样一组操作序列以后，能使得卡片呈升序排列？如果这样 n 值存在的话，请设计使得交换次数最小的算法，并给出最小的交换次数是多少次。

升序排列？如果这样 n 值存在的话，请设计使得交换次数最小的算法，并给出最小的交换次数是多少次。