20__-20__学年 第一学期《理论力学I》考试试题

考试日期：2022年1月5日　　试卷类型：B卷　　试卷代号：010037

班号　　　　学号　　　　姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	总
得分								

本题分数	24
得　　分	

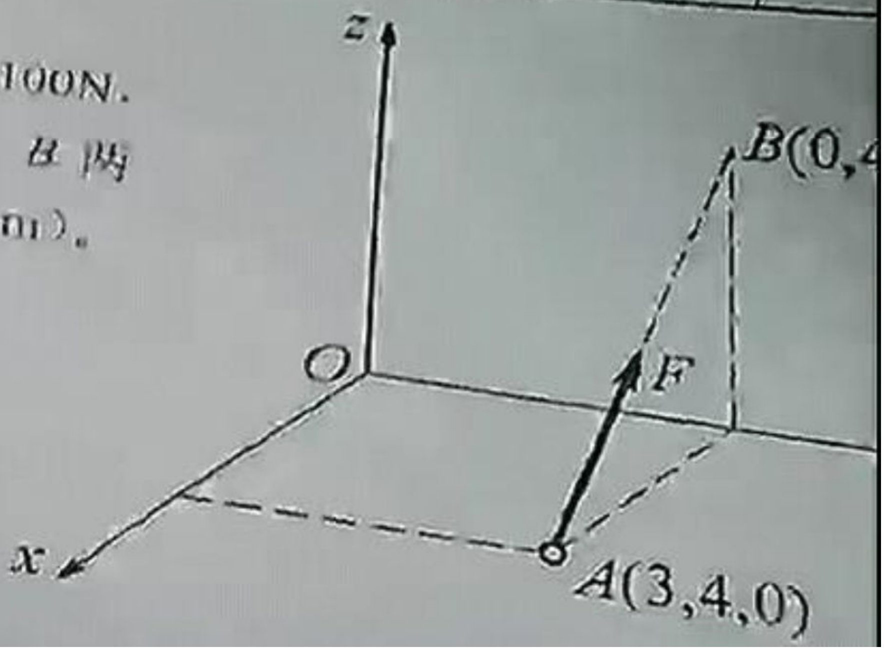
一、填空题

1.（6分）图示力 F 的大小为100N，其作用线通过空间中 A、B 两点。A 点坐标为（3,4,0），B 点坐标为（0,4,4）（单位：m）。则该力

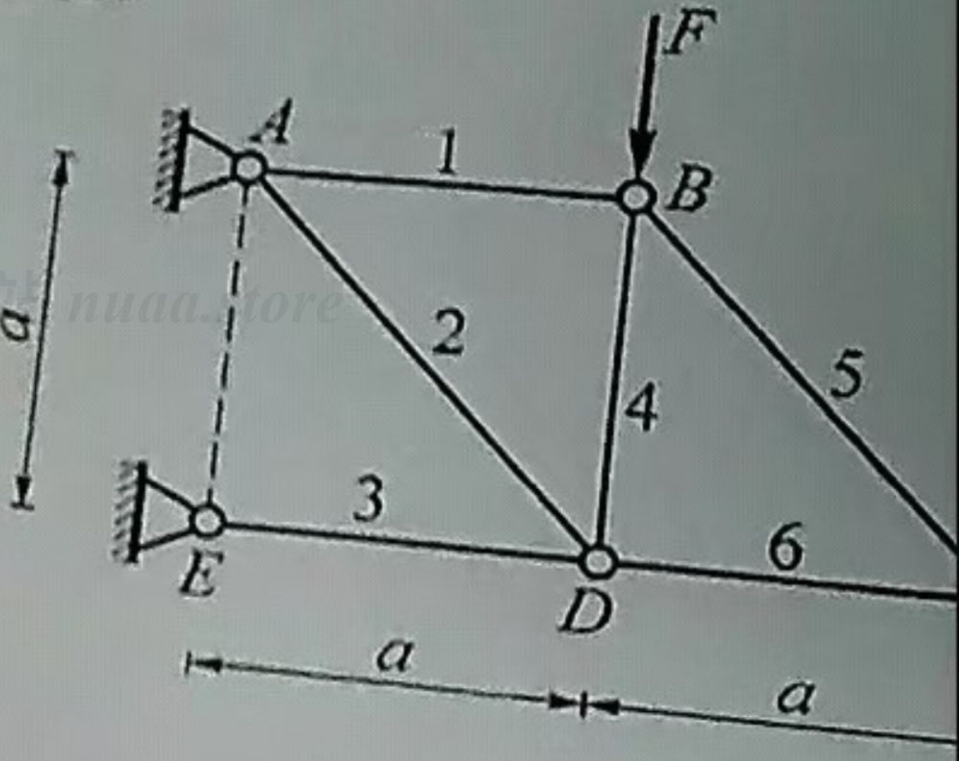
在 x 轴上的投影为________；

对 x 轴的矩为________；

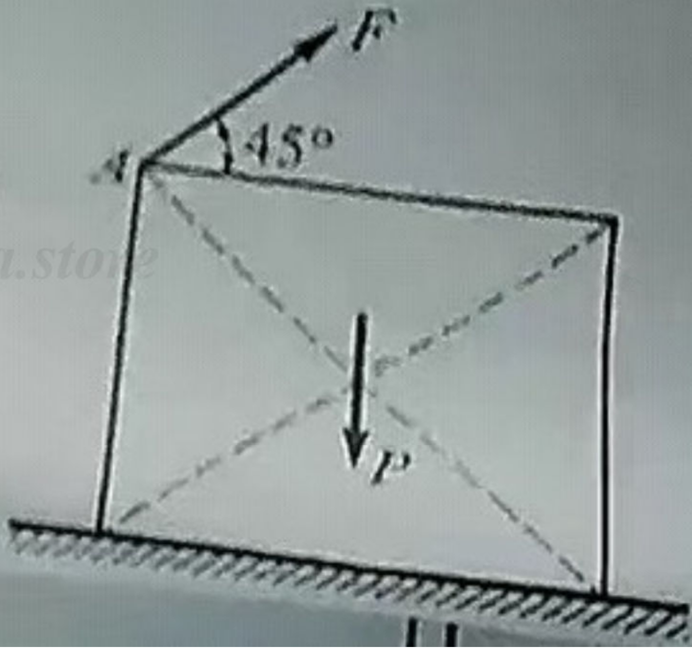
对 z 轴的矩为________。



2.（4 分）图示悬臂桁架中，杆 4 的内力大小为＿＿＿＿＿＿，零力杆的杆号分别为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。



3.（4分）图示置于铅垂面内的均质正方形薄板重 $P=100$ kN，与地面间的摩擦因数 $f_s=0.5$，欲使薄板静止不动，则作用在 A 点的力 F 的最大值为______kN。

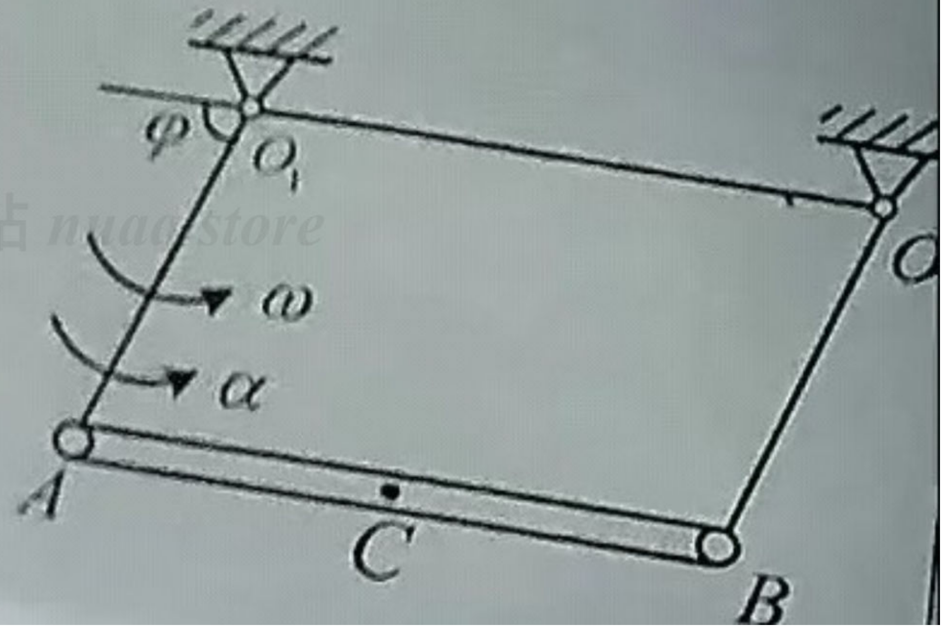


4.（6分）如图所示，均质杆 AB 质量为 m，长为 l。曲柄 O_1A、O_2B 质量不计，且 $O_1A=O_2B=R$，$O_1O_2=AB=l$。图示瞬时，当 $\varphi=60^\circ$ 时，曲柄 O_1A 绕 O_1 轴转动的角速度与角加速度分别为 ω 与 α。AB 杆的惯性力系向其质心 C 简化时，则

惯性力系的主矢的法向分量大小为__________；

惯性力系的主矢的切向分量大小为__________；

惯性力系的主矩大小__________

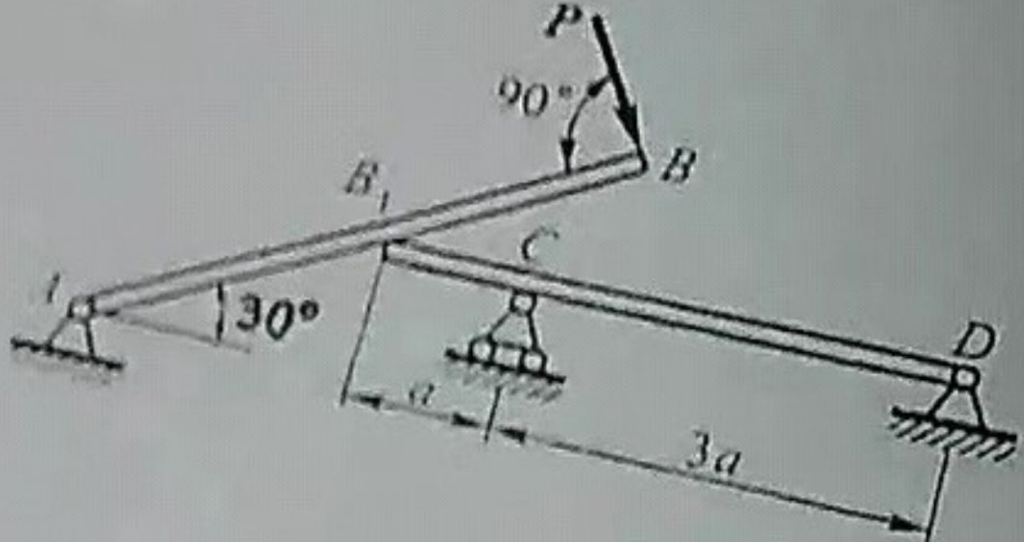


5.（4分）如图所示，均质杆 OA 可绕固定轴 O 转动，其质量为 m，长度为 L，则其撞击中心 K 到轴 O 的距离为________。

本题分数	12
得　　分	

二、计算题

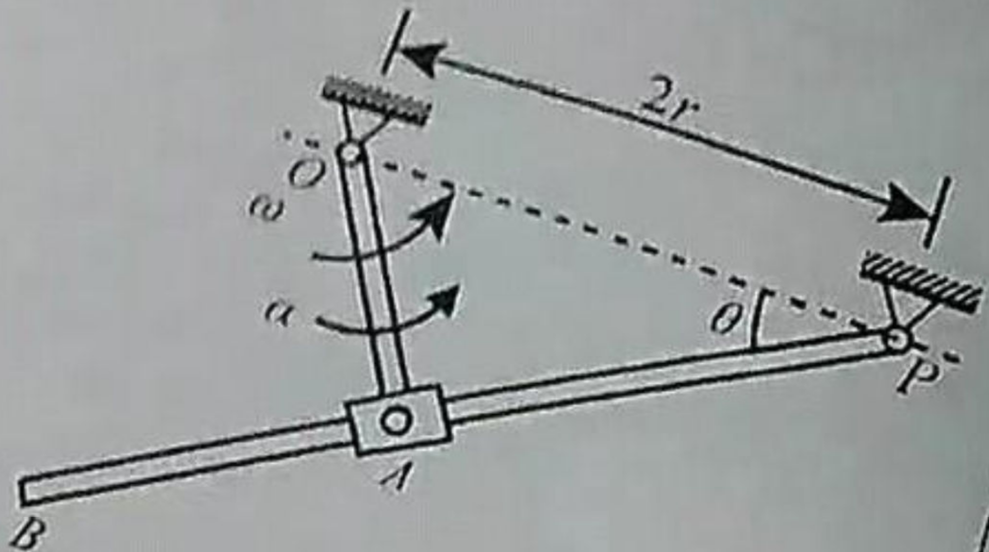
如图所示，杆 AB 与水平方向的夹角为 30^0，其 B 端作用一个集中力 P，杆 AB 中点 B_1 靠在水平杆 CD 的左端，$CD=3a$，$B_1C=a$，不计杆件自重及摩擦，求各支座约束力的大小。



本题分数	14
得　　分	

三、计算题

图示平面机构，曲柄 OA 的角速度为 ω，角加速度为 α，杆 OA 通过套筒 A 带动杆 PB 运动，套筒 A 与杆 OA 铰接，杆 PB 套于套筒内，$PB=3r$，$OA=r$，$OP=2r$，图示瞬时 OA 与 PB 垂直。用点的复合运动法求此瞬时：（1）杆 PB 的角速度 ω_1 和 B 点的速度 v_B；（2）杆 PB 的角加速度 β 和滑块 A 相对杆 PB 的加速度 a_r。（需指明动点、动系，并画出速度、加速度矢量图）

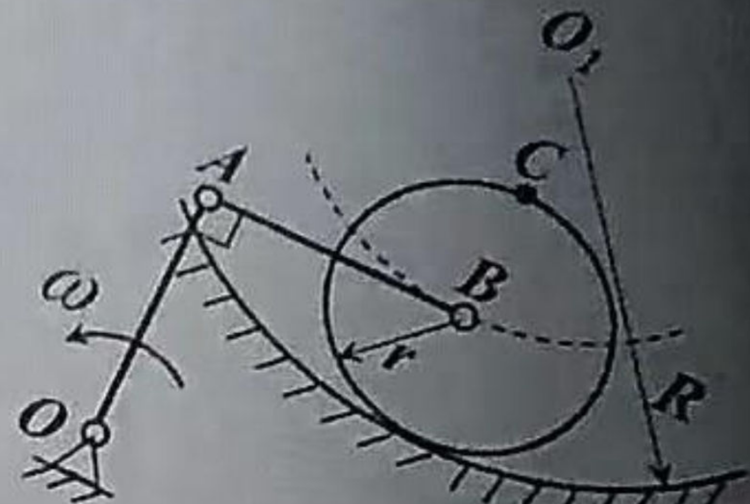


本题分数	14
得 分	

四、计算题

曲柄 OA 以匀角速度 $\omega=2$ rad/s 绕 O 轴逆时针转动，借助杆 … 径为 $r=0.5$m 的轮子在半径为 $R=1.5$m 的圆弧槽上纯滚动。杆 OA … 通过铰链 A 连接，长度均为 1m。杆 AB 与轮子通过铰链 B 连接，铰链 B 位于轮子中心 … 时轮子位于圆弧槽最低位置，杆 OA 位于铅垂位置，$OA\perp AB$，C 为轮子最高点。

试求：(1) B 点和 C 点的速度、杆 AB 的角速度；(2) B 点的加速度、杆 AB 的角加速度。



本题分数	16
得　分	

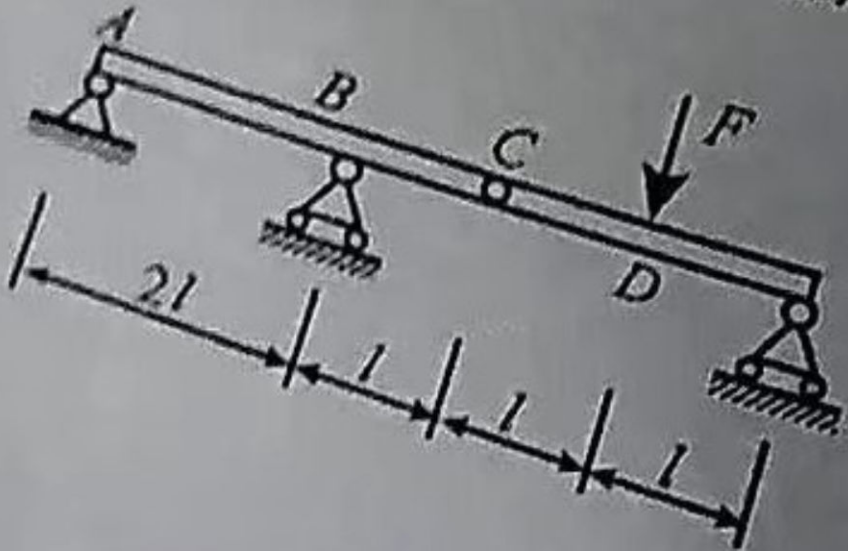
五、计算题

如图所示，质量为m半径为r的滚子A沿倾角为30°的斜面作纯滚动。滚子A通过一跨过半径为r的定滑轮B的绳与质量也为m的物块C相连，设定滑轮质量不计，滚子A视为均质圆盘，系统初始静止。当物块C下降h时，设物块C的速度为v，试求此时：（1）系统的动能及所有外力的功；（2）物块C的加速度；（3）滚子A对自身质心A的动量矩L_A及系统对轮B转轴位置的动量矩L_B；（4）斜面对滚子A作用的摩擦力F、滚子A与滑轮B之间的细绳的张力F_T。

本题分数	10
得　　分	

六、计算题

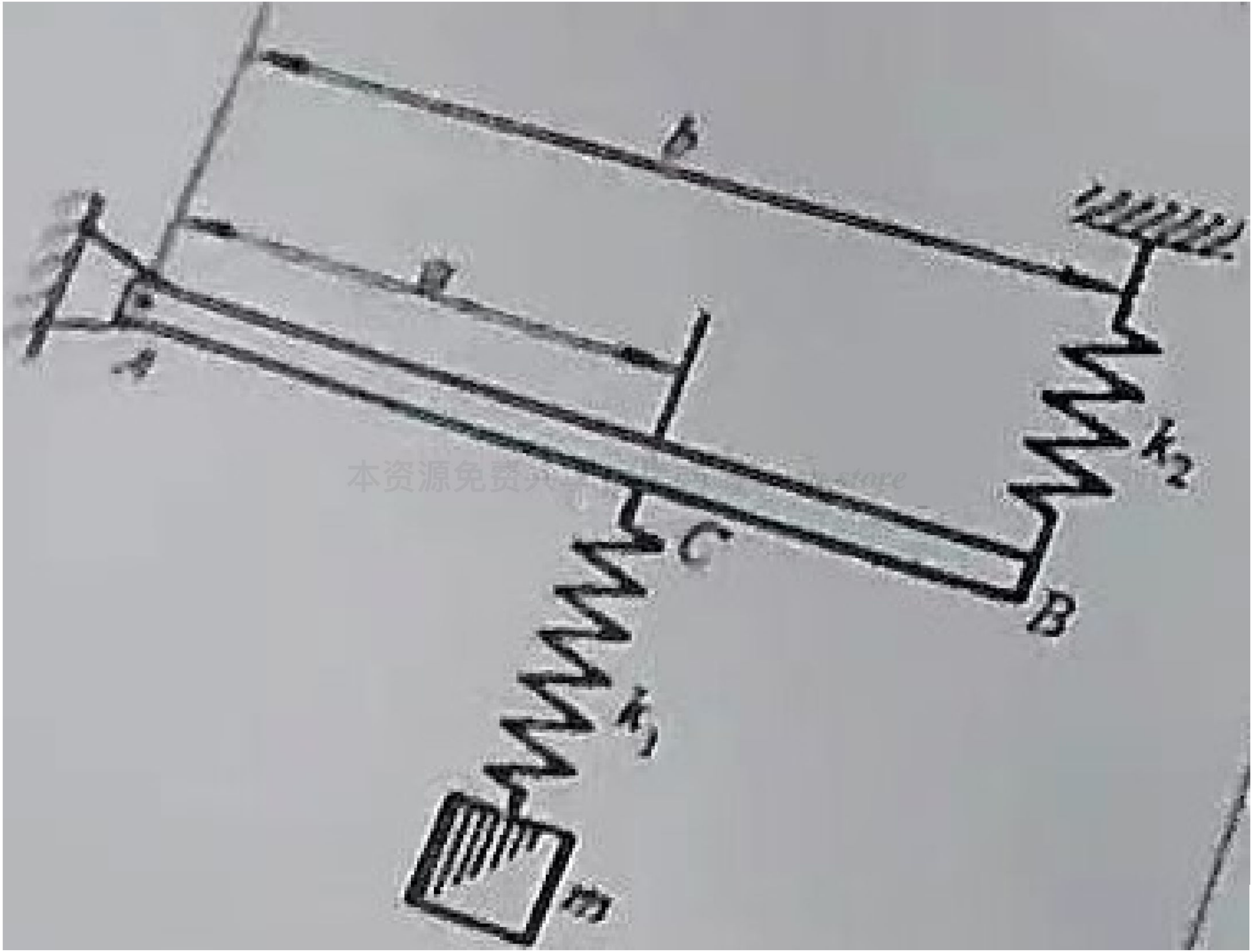
图示组合梁，尺寸如图所示，梁 AC 和梁 CE 通过铰链 C 连接，梁 CE 的中点 D 处作用一集中力 F，不计各构件自重及各处摩擦。若已知 F=50 N，l=1 m，试用虚位移原理求支座 B 处约束力。



本题分数	10
得　分	

七、计算题

质量为 m 的物体悬挂如图所示。如果杆 AB 的质量不计，两弹簧的刚度系数分别为 k_1 和 k_2，又 $AC=a$，$AB=b$。当物体 m 在竖直方向上做微幅振动时，试以其位移 x 为广义坐标，根据第二类拉格朗日方程建立系统的运动微分方程。


A
C
B
k2
k1
m

1 $-60N$, $320N\cdot m$, $240N\cdot m$

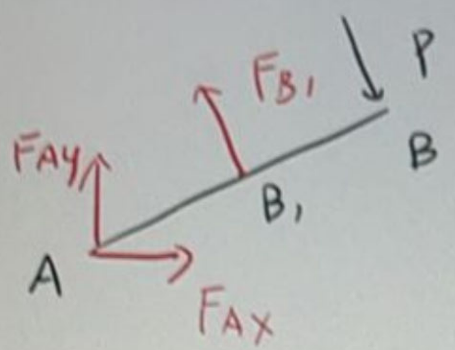
2 F, 1、5、6

3 $25\sqrt{2}$

4 $m\omega^2R$, $m\alpha R$, $\frac{1}{12}ml^2\alpha$

5 $\frac{2}{3}L$

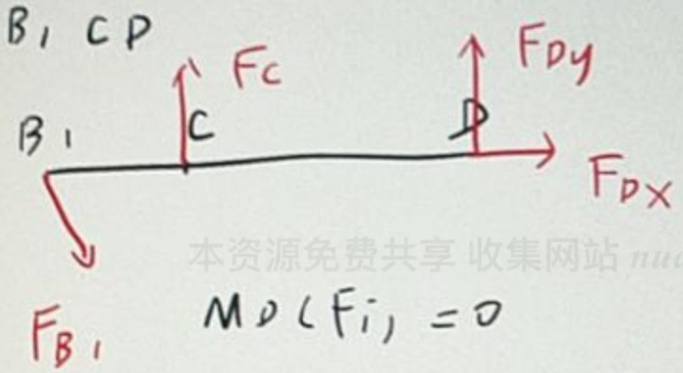
二 AB, B木干



$M_A(F_i) = 0$

$F_{B_1} - 2P = 0 \quad F_{B_1} = 2P$

B_1CP



$M_D(F_i) = 0$

$-F_C \cdot 3a + F_{B_1}\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 0$

$F_C = \frac{4\sqrt{3}}{3}P \ (\uparrow)$

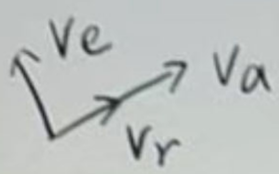
$\Sigma F_{ix} = 0 \quad F_{Dx} + \frac{1}{2}F_{B_1} = 0$

$F_{Dx} = -P \ (\leftarrow)$

$\Sigma F_{iy} = 0 \quad F_{Dy} + F_C - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{B_1} = 0$

$F_{Dy} = -\frac{\sqrt{3}}{3}P \ (\downarrow)$

三 (1) OA上A为动点，PB为动系



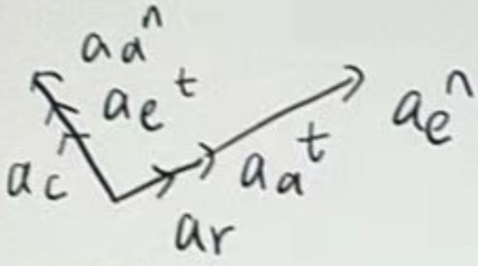
$v_a = v_r + v_e$

	v_a	v_r	v_e
大小	✓	?	?
方向	✓	✓	✓

$v_a = \omega r = v_r$

$v_e = 0 \quad \omega_1 = 0 \quad v_B = 0$

(2)



$a_a^n = \omega^2 r$

$a_a^t = \alpha r$

$a_a^n + a_a^t = a_e^t + a_e^n + a_c + a_r$

	a_a^n	a_a^t	a_e^t	a_e^n	a_c	a_r
大小	✓	✓	?	✓	✓	?
方向	✓	✓	✓	✓	✓	✓

$a_c = 0 \quad a_e^n = 0$

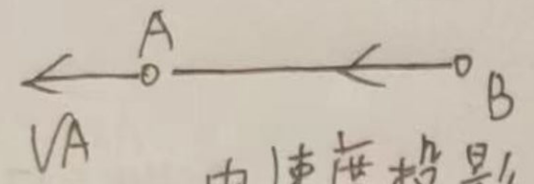
$a_a^n = a_e^t + a_c$

$a_e^t = \omega^2 r$

$\beta = \frac{a_e^t}{\sqrt{3} r} = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega^2$

$a_a^t = a_r + a_e^n \quad a_r = \alpha r$

四：A点速度 $V_A = \omega L = 2\,m/s$



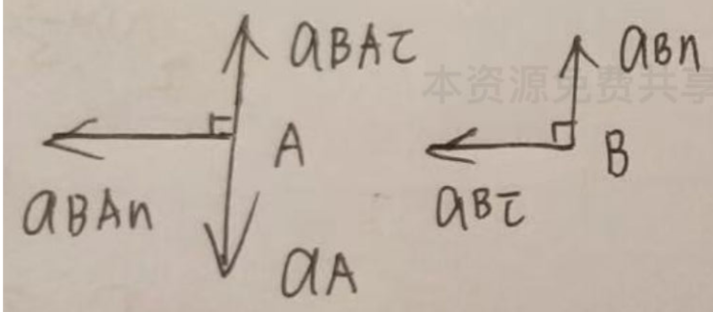
由速度投影法：

$V_A \cos 0^\circ = V_B \cos 0^\circ \Rightarrow: V_B = V_A = 2\,m/s$

由滚动： $V_C = 2V_B = 4\,m/s$

$\omega_{AB} = 0$ （AB瞬时平动）

(2)：以A为基点，观察B点，有：



$\vec{a}_A + \vec{a}_{BAn} + \vec{a}_{BA\tau} = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{B\tau}$

$a_{BAn} = \omega_{AB}^2 \cdot L_{AB} = 0 \Rightarrow: \quad a_{B\tau} = 0$

$a_{Bn} = \dfrac{V_B^2}{R-r} = 4\ m/s^2$

$a_{BA\tau} - a_A = a_{Bn} \Rightarrow: a_{BA\tau} = 8\ m/s^2$

AB角加速度 $\alpha_{AB} = \dfrac{a_{BA\tau}}{L_{AB}} = 8\ (rad/s^2)$

B的加速度 $a_B = a_{Bn} = 4\ (m/s^2) \uparrow$

五：C的动能： $\frac{1}{2}mv^2$

A的动能： $\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}mr^2)\omega_A^2 = \frac{3}{4}mv^2$

总：$T_{总} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{4}mv^2 = \frac{5}{4}mv^2$

重力功：$W_C = mgh$

$W_A = -mg\sin 30^\circ \cdot h = -\frac{1}{2}mgh$

总：$W = mgh - \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}mgh$

(2)：由：$W = \Delta T_{总} = \quad \frac{1}{2}mgh = \frac{5}{4}mv^2$

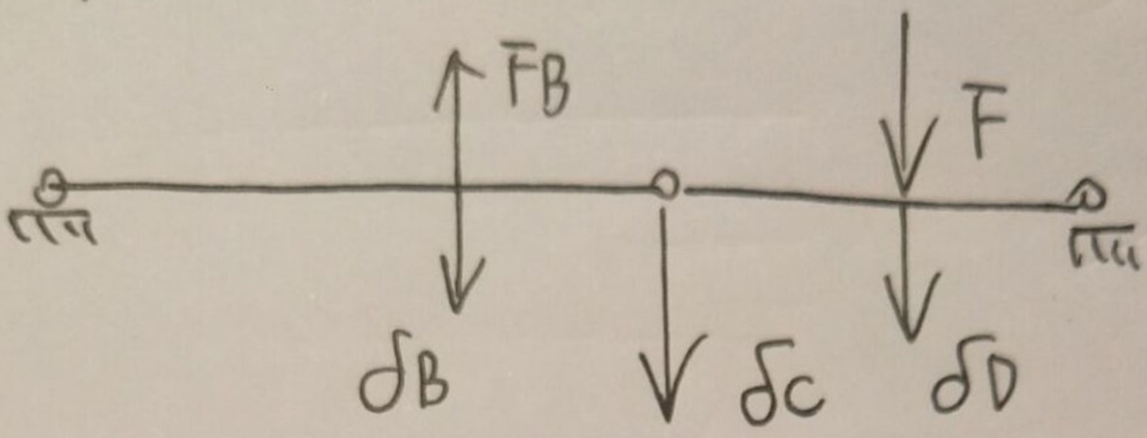
求导：$a = \frac{1}{5}g = 0.2g$

(3)：$\cancel{L_A = \frac{1}{2}mr^2\alpha_A = \frac{1}{2}mra = 0.1mgr}$

$L_A = \frac{1}{2}mr^2\omega_A = \frac{1}{2}mrv = 0.5mvr$

$L_B = \frac{1}{2}mr^2\omega_A + mrv_A + mrv = 2.5mrv$

六：解除B支座，施加F_B



如图虚位移：

$$\frac{\delta_B}{2L} = \frac{\delta_C}{3L} \; ; \; \frac{\delta_C}{2L} = \frac{\delta_D}{L}$$

$$-F_B\delta_B + F\delta_D = 0$$

有：$F_B = \frac{3}{4}F$ ↑

七：AB杆转角为φ

$$T=\frac{1}{2}m\dot{x}^2 \;;\quad V=\frac{k_1}{2}(x-\varphi a)^2+\frac{k_2}{2}(\varphi b)^2-mgx$$

$$L=T-V=\frac{1}{2}m\dot{x}^2-\frac{k_1}{2}(x-\varphi a)^2-\frac{k_2}{2}b^2\varphi^2+mgx$$

$$\frac{d\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}}{dt}-\frac{\partial L}{\partial x}=0 \Rightarrow: m\ddot{x}+k_1x=k_1\varphi a+mg$$

$$\frac{d\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}}{dt}-\frac{\partial L}{\partial \varphi}=0 \Rightarrow: k_1xa=k_1a^2\varphi+k_2b^2\varphi$$

得：$\varphi=\dfrac{k_1xa}{k_1a^2+k_2b^2}$

有：$m\ddot{x}+k_1x=k_1a\cdot\varphi+mg$

或：$m\ddot{x}+k_1x=\dfrac{k_1^2a^2x}{k_1a^2+k_2b^2}+mg$