

南京航空航天大学

第1页 (共6页)

二〇一九 ~ 二〇二〇 学年 第2学期 《离散数学 I (1)》考试试题

考试日期: 2020年6月20日 试卷类型: A 试卷代号:

班号

学号

姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

本题分数	10
得分	

一、设 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $R \subseteq A \times A$, 且

$R = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, c \rangle, \langle e, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \}$, 求
(1) $r(R)$; (2) $s(R)$; (3) $t(R)$. 并分别画出它们的关系示意图。

本题分数	10
得分	

二、设 R 是非空集合 A 上的二元关系, 证明:

- (1) $R \cup R^{-1}$ 是包含 R 的最小的对称的二元关系
- (2) $R \cap R^{-1}$ 是含于 R 的最大的对称的二元关系。

本题分数	10
得分	

三、给定集合 A 、 B , 其中 $|A|=m$, $|B|=n$ 。问

- (1) A 到 B 的单射有多少个?
- (2) A 到 B 的满射有多少个?

本题分数	10
得 分	

四、S 是定义在实数集 \mathbf{R} 上的关系, $S = \{ \langle x, y \rangle \mid \sin x = \sin y \}$, 证明 S 是等价关系, 并给出其对应的商集.

本题分数	10
得 分	

五、证明 $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$, 并指出反向的包含关系 $P(A \cup B) \subseteq P(A) \cup P(B)$ 不一定成立。

本题分数	10
得分	

六、在偏序集 $\langle Z^+, \prec \rangle$ 中, Z^+ 是正整数集合, \prec 为整除关系, 设 $B = \{1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$, 画出哈斯图, 并求 B 的上界, 上确界, 下界, 下确界, 最大元, 最小元, 极大元, 极小元。若不存在, 请指明。

本题分数	10 分
得 分	

七、设有双射 $f: A \rightarrow B$, 双射 $g: B \rightarrow C$, 映射 $h: C \rightarrow D$, 证明:

(1) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$;

(2) $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

本题分数	30
得分	

八、用斜形证明方法证明下列推理关系。第1题只能使用12条形式推理规则，第2题和第3题可用命题逻辑自然推理系统中的所有定理以及谓词逻辑自然推理系统中的以下两条定理：

$$\neg \exists x A(x) \vdash \forall x \neg A(x) \text{ 和 } \exists x \neg A(x) \vdash \neg \forall x A(x)$$

1. $\neg (A \wedge B) \vdash \neg A \vee \neg B$ (10分)

2. $A \rightarrow \exists x B(x) \vdash \exists x (A \rightarrow B(x))$, x 不在 A 中出现 (10分)

3. $\forall x A(x) \vee \exists y B(y) \vdash \forall x \exists y (A(x) \vee B(y))$ (10分)