南京航空航天大学

《电磁场理论》考试试题

二〇二一～二〇二二学年 第一学期 试卷类型：A 试卷代号：040019

考试日期：2022年1月2日 班号 学号 姓名

题号	一	二	三（1）	三（2）	三（3）	三（4）	总分
得分							

本题分数	20
得 分	

一、选择题（每题2分，共20分）

(1)、已知数量场u在某点处的梯度为$\nabla u = 4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$，则在该点处沿$\vec{l} = \vec{e}_x + \vec{e}_y 2 + \vec{e}_z$的方向导数$\frac{\partial u}{\partial l}$为（ ）。

A 8； B 10； C $2\sqrt{6}$； D $\frac{10}{3}\sqrt{6}$

(2)、由矢量场$\vec{A} = \vec{e}_x x^2 + \vec{e}_y y^3 + \vec{e}_z z^4$的旋度可知，该矢量场可以表示为______。（ ）

A 一个数量场的梯度； B 一个数量场的旋度；

C 一个矢量场的散度； D 一个矢量场的旋度

(3)、根据高斯散度定理，矢量场$\vec{F}$的散度的体积分$\int_V \nabla\cdot\vec{F}\,dV$ 等于 （ ）。

A $\oint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$； B $\oint_l \vec{F}\cdot d\vec{l}$； C $\oint_S \nabla\vec{F}\cdot d\vec{l}$； D $\oint_l \nabla^2\vec{F}\cdot d\vec{l}$

(4)、位于$z=0$处有一无限大接地导体面，在其上方点（-1,0,h）、（1,0,2h）分别放置电荷量为q_1、$-q_2$的点电荷。则在导体平面上方的电场等于这两个点电荷与电荷量分别为______，位于点______的点电荷共同产生的电场。（ ）

A q_1、$-q_2$，(-1,0,-h)、(1,0,-2h)； B $-q_1$、q_2，(-1,0,-h)、(1,0,-2h)

C $-q_1$、q_2，(1,0,-h)、(-1,0,-2h)； D q_1、q_2，(-1,0,-h)、(1,0,-2h)

(5)、已知时变电磁场中电场强度的表达式为$\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \sin\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t - \beta z)$，则对应的磁场强度的表达式是______。（ ）

A $\vec{H} = -\frac{\beta E_0}{\omega\mu_0}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t - \beta z)\vec{e}_y$；

B $\vec{H} = -\frac{\pi E_0}{\omega\mu_0 a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(\omega t - \beta z)\vec{e}_z$；

C $\vec{H} = -\frac{\beta E_0}{\omega\mu_0}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t - \beta z)\vec{e}_x - \frac{\pi E_0}{\omega\mu_0 a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(\omega t - \beta z)\vec{e}_z$；

D $\vec{H} = -\frac{\pi E_0}{\omega\mu_0 a}\cos\frac{\pi x}{a}\cos(\omega t - \beta z)\vec{e}_x - \frac{\pi E_0}{\omega\mu_0 a}\sin\frac{\pi x}{a}\sin(\omega t - \beta z)\vec{e}_z$

(6)、无限大平面$z=0$的一侧($z<0$)是理想电介质($\varepsilon_r = 3$)，另一侧($z>0$)是空气。已知空气侧的电位移矢量$\vec{D} = \vec{e}_x(x^2 - z^2) + \vec{e}_y(y^2 - 2yz) + \vec{e}_z 2xy^2$，则$z=0$平面上介质侧的$\vec{D}$为______。（ ）

A $\vec{D} = \vec{e}_x 3x^2 + \vec{e}_y 3y^2 + \vec{e}_z 6xy^2$； B $\vec{D} = \vec{e}_x\frac{1}{3}x^2 + \vec{e}_y\frac{1}{3}y^2 + \vec{e}_z\frac{2}{3}xy^2$；

C $\vec{D} = \vec{e}_x 3x^2 + \vec{e}_y 3y^2 + \vec{e}_z 2xy^2$； D $\vec{D} = \vec{e}_x\frac{1}{3}x^2 + \vec{e}_y\frac{1}{3}y^2 + \vec{e}_z xy^2$

(7)、均匀平面波的电场强度表达式为$\vec{E} = \vec{e}_x E_0\sin(\omega t - kz) + \vec{e}_y E_0\cos(\omega t - kz)$，该均匀平面波的极化方式为______。（ ）

A 左旋圆极化； B 右旋圆极化； C 线极化； D 右旋椭圆极化

(8)、电磁波由媒质1($\varepsilon_r = 4, \mu_r = 1$)垂直入射至空气时，分界面处是电场的______，磁场的______。（ ）

A 波节点，波节点； B 波节点，波腹点； C 波腹点，波节点； D 波腹

(9)、关于波导的截止频率，下列说法中正确的是：______。（

A 与工作频率无关； B 与填充介质无关；

C 与传播模式无关； D 与波导尺寸无关

(10)、矩形谐振腔尺寸为$a\times b\times l$，若$a > l > b$，则该谐振腔的

A TE_{101}模； B TM_{110}模； C TE_{110}模；

本题分数	30
得　分	

二. 填空题：(每空 1.5 分，共 30 分)

(1)、静电场中由电位 φ 表达电场强度 $\bar{E}$ 的表达式是__________，恒定磁场中由矢量磁位 $\bar{A}$ 表达磁感应强度 $\bar{B}$ 的表达式是__________。

(2)、在真空中，无限大接地导体平面上方为 h 处的点电荷 Q 受到的电场力的大小为__________。

(3)、在理想导体表面，电场强度 $\bar{E}$ 和电位移 $\bar{D}$ 满足的边界条件标量形式分别是__________，__________；磁场强度 $\bar{H}$ 和磁感应强度 $\bar{B}$ 满足的边界条件标量形分别是__________，__________。

(4)、坡印廷矢量 $\bar{S}$ 的定义式是__________，时谐场的瞬时坡印廷矢量 $\bar{S}$ 与平均坡印廷矢量 $\bar{S}_{av}$ 的关系是__________。

(5)、时变电磁场法拉第电磁感应定律微分形式__________，安培环路定律微分形式__________。

(6)、时变电磁场无源区域电场强度和磁场强度满足的波动方程分别是：__________和__________，而对于时谐场，上述方程用复矢量表示的形式分别是__________和__________。

(7)、右旋圆极化波电场强度的 x 分量为 $E_x = 10e^{j20\pi z}$，则电场强度 y 分量的瞬时值表达式为__________。

(8)、均匀平面波由理想介质 1 垂直入射到理想介质 2 的分界面上，若已知反射系数与透射系数的绝对值相等，则在理想介质 1 中的驻波比为__________。

(9)、空气填充矩形波导横截面尺寸为 $a \times b$，能够在其中传播的 TE_{mn}(或 TM_{mn})模的截止波长 λ_c = __________，相移常数 β = __________。

(10)、横截面尺寸为 a=10cm、b=5cm，长度为 l=10cm 的矩形金属谐振腔，腔内为空气填充，则 TE_{101} 模的谐振频率等于__________GHz。

本题分数	50
得 分	

三. 计算题（50 分）

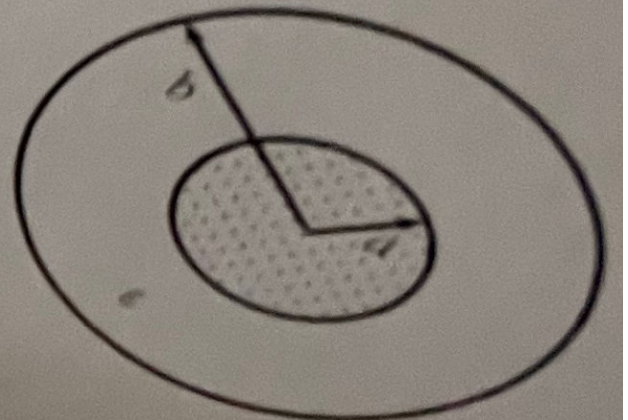
(1)、如图所示，同心导体球与球壳之间填充理想介质，已知 $\varepsilon = 9\varepsilon_0$，导体球和球壳表面分别均匀分布总量为 $+Q$ 和 $-Q$ 的电荷。求：

1）$a<r<b$ 以及 $r>b$ 区域内的电场分布；

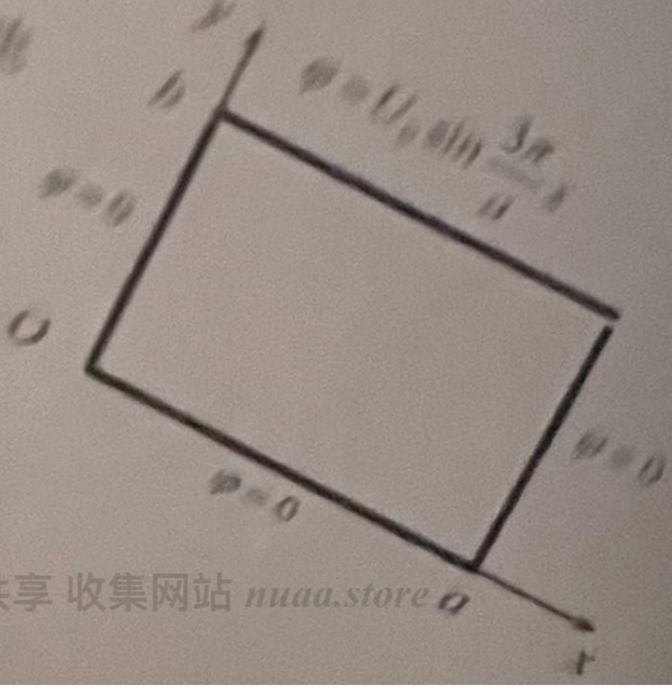
2）介质表面 $r=a$ 和 $r=b$ 上的极化电荷面密度；

3）内外导体间电容。

（10 分）



(2)、截面为矩形的无限长金属槽整体接地，槽的宽度和高度分别为 a 和 b，顶部加载电位为 $\varphi = U_0 \sin\frac{3\pi}{a}x$ 的电压，求金属槽内电位分布。（15分）



(3)、均匀平面波的电场复振幅为 $\vec{E} = 240\pi[\vec{e}_x e^{-j\frac{2\pi}{3}z} + \vec{e}_y e^{-j(\frac{2\pi}{3}z-\frac{\pi}{2})}]$，从空气垂直入射到 $z=0$ 的导体平面上。求

1) 入射波磁场；

2) 反射波的电场与磁场并判断反射波的极化形式；

3) 求导体表面的面电流密度。

（15 分）

(4)、已知空气填充的矩形波导横截面尺寸为 $a\times b=22.86\times10.16mm^2$，求：

1) 工作频率 10GHz 时，计算 TE_{10} 模的截止波长 λ_c、相速 v_p 和波导波长 λ_g；

2) 工作频率 20GHz 时，波导中能传输哪些模式？

(10 分)

1-5CAABC

6-10CABAD

二. (1) $-\nabla\varphi$; $\nabla\times\vec{A}$

(2) $\dfrac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 h^2}$

(3) $E_{t1}=E_{t2}$; $D_{n1}=D_{n2}$;

$H_{t1}=H_{t2}$; $B_{n1}=B_{n2}$.

(4) $\vec{E}\times\vec{H}$; $\vec{S}_{av}=\dfrac{1}{2}\vec{S}$

(5) $\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{H}}{\partial t}$; $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$.

二. (6) $\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$;

$\nabla^2 \vec{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$;

$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon})$;

$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon})$.

(7) $-10 \sin(\omega t + 20\pi z)$ (V/m)

(8) 3

三、(1) 由高斯定理知：

$a<r<b$，$E_r \cdot 4\pi r^2 = Q/\varepsilon \Rightarrow E_r = \dfrac{Q}{36\pi\varepsilon_0 r^2}$

$r>b$，$E_r \cdot 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E_r = 0$.

$$\Rightarrow \vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{36\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e_r}, & a<r<b \\ 0, & r>b \end{cases}$$

(2) $\rho_{sp} = \vec{P}\cdot\vec{e_n}$　　$\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0\vec{E}$

$\Rightarrow \vec{P} = \varepsilon\vec{E} - \varepsilon_0\vec{E} = 8\varepsilon_0\vec{E}$

$\Rightarrow P_r = \dfrac{2Q}{9\pi r^2} \Rightarrow \rho_{sp}\big|_{r=a} = -\dfrac{2Q}{9\pi a^2}$

$\rho_{sp}\big|_{r=b} = \dfrac{2Q}{9\pi b^2}$

(3) 有 $C = \dfrac{Q}{U}$

$U = \displaystyle\int_a^b \frac{Q}{36\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \frac{Q}{36\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow C = \dfrac{36\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$.

$$\Rightarrow \lambda_n = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 \quad n=1,2, \qquad X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

$$Y_n(y) = A_n e^{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y} + B_n e^{-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y}$$

$$\Rightarrow \varphi(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n e^{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y} + B_n e^{-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y}\right]\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

$$\Rightarrow \varphi(x,0) = 0 \Rightarrow A_n = -B_n$$

$$\Rightarrow \varphi(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n\left(e^{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y} - e^{-\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 y}\right)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

$$\varphi(x,a) = U_0 \sin\frac{3\pi}{a}x \Rightarrow A_n = 0\ (n\neq 3) \quad A_3 = \frac{U_0}{\exp\left(\frac{n^2\pi^2}{a}\right) - \exp\left(-\frac{n^2\pi^2}{a}\right)}$$

$$\Rightarrow \varphi(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} U_0 \frac{\exp\left(\frac{\pi^2 n^2}{a^2}y\right) - \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2}{a^2}y\right)}{\exp\left(\frac{n^2\pi^2}{a}\right) - \exp\left(-\frac{n^2\pi^2}{a}\right)}\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

三 (2) 拉普拉斯方程为：$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} = 0$

边界条件为 $\varphi\big|_{x=0} = \varphi\big|_{x=a} = 0$

$\varphi\big|_{y=0} = 0 \quad \varphi\big|_{y=b} = U_0 \sin\frac{3\pi}{a}x$.

设 $\varphi = X(x)Y(y) \quad X(a) = X(0) = 0$.

$\Rightarrow \frac{Y''(y)}{Y(y)} = -\frac{X''(x)}{X(x)} = \lambda$

$\Rightarrow X''(x) + \lambda X(x) = 0 \quad X(0) = X(a) = 0$

$\Rightarrow \lambda_n = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 n=1,2, \quad X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$

三 (3) 解: $\vec{E} = 240\pi\left[\vec{e_x} e^{-j\frac{2\pi}{3}z} + \vec{e_y} e^{-j(\frac{2\pi}{3}z-\frac{\pi}{2})}\right]$

(1) $\vec{H} = \frac{1}{\eta_0}\vec{e_z} \times \vec{E}$

$= \frac{1}{\eta_0}\cdot 240\pi\left[\vec{e_y} e^{-j\frac{2\pi}{3}z} - \vec{e_x} e^{-j(\frac{2\pi}{3}z-\frac{\pi}{2})}\right]$

$\eta_0 = 120\pi$

$\Rightarrow \vec{H} = 2\left[\vec{e_y} e^{-j\frac{2\pi}{3}z} - \vec{e_x} e^{-j(\frac{2\pi}{3}z-\frac{\pi}{2})}\right]$

(2) 有 $\vec{E_r} = -240\pi[\vec{e_x} e^{j\frac{2\pi}{3}z} + \vec{e_y} e^{j(\frac{2\pi}{3}z + \frac{\pi}{2})}]$

$\vec{H_r} = 2[\vec{e_y} e^{j\frac{2\pi}{3}z} - \vec{e_x} e^{j(\frac{2\pi}{3}z + \frac{\pi}{2})}]$

$\vec{E_r}$ 有 $\vec{e_y}$ 方向相位超前，沿 $-\vec{e_z}$ 方向传播.

故为右旋圆极化波.

(3) 取 $\vec{e}_n = -\vec{e}_z$ $\vec{H}_2 = 0$

$\vec{H}_1 = \vec{H} + \vec{H}_r$ 且 $\vec{e}_n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s$

$z=0$ 处有 $\vec{H}_r = 4[\vec{e}_y - \vec{e}_x e^{\frac{\pi}{2}j}]$

$\Rightarrow \vec{J}_s = -4[-\vec{e}_x - \vec{e}_y e^{\frac{\pi}{2}j}] = 4[\vec{e}_x + \vec{e}_y e^{\frac{\pi}{2}j}]$

$\Rightarrow \vec{J}_s = 4\vec{e}_x \cos(\omega t) + 4\vec{e}_y \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

(1) $\lambda_{c10} = 2a = 2 \times 22.86$ mm

$$(f_c)_{TE_{10}} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 22.26 \times 10^{-3}} \text{ Hz} = 6.56 \times 10^9 \text{ Hz}$$

$$(\lambda_g)_{TE_{10}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{3 \times 10^{-2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{6.56 \times 10^9}{10 \times 10^9}\right)^2}} \text{ m} = 3.97 \times 10^{-2} \text{ m}$$

三 (1) $V_{p10} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - (\frac{\pi}{a})^2}}$

$$= \frac{2\pi f}{\sqrt{(2\pi f)^2\mu_0\varepsilon_0 - (\frac{\pi}{a})^2}}$$

$$= \frac{2\pi\times 6.56\times 10^9}{\sqrt{(2\pi\times 6.56\times 10^9)^2/3\times 10^8 - (\frac{\pi}{22.86}\times 10^3)^2}}$$

$$\approx 1.7321\times 10^4 \ (m/s)$$