南 京 航 空 航 天 大 学

二〇一八 ～ 二〇一九学年 第二学期 **《现代控制理论》考试试题**

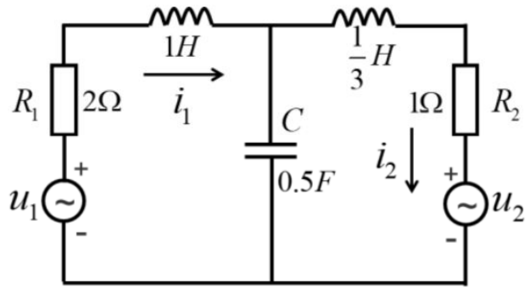
考试日期：2019 年 5 月 26 日 试卷类型：A 试卷代号：

班号	学号	姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

本题分数	10 分
得 分	

一、已知系统如下图所示，输入为 u_1 和 u_2，设 $x_1 = i_1$， $x_2 = i_2$， $x_3 = u_C = y$，试建立系统的状态空间表达式。



本题分数	20 分
得　　分	

二、已知线性定常系统的状态空间表达式为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 2\\ -3 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u,\quad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

(1) 系统的初始状态为$\begin{bmatrix}x_1(0)\\ x_2(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$，输入信号为单位阶跃信号，试求$x(t)$、$y(t)$；

(2) 当$T=1\text{s}$时，将该连续系统的状态方程离散化；

(3) 求该连续系统的传递函数。

本题分数	15 分
得　　分	

三、已知系统的状态空间表达式为

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\begin{bmatrix}-1 & 1 & a\\ 0 & -2 & 1\\ 0 & 0 & -3\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u(t)$$

(1) 试确定使系统完全能控的参数 a 的取值范围；

(2) 若 a=0，将其化为能控标准型。

本题分数	15 分
得　　分	

四、已知系统的动态方程为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -4\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 2 & 1\end{bmatrix}x$$

(1) 写出系统的能控能观分解动态方程；

(2) 求系统的传递函数 $G(s)$。

本题分数	10 分
得　　分	

五、给定系统的状态方程如下

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1^3 - x_2 \end{cases}$$

试用李雅普诺夫第二方法判断其在平衡状态的稳定性。

本题分数	20 分
得　　分	

六、已知系统的状态空间表达式为

$$\dot{\mathbf{x}}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-2&-3\end{bmatrix}\mathbf{x}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

(1) 请设计一个极点全部为-5 的全维状态观测器；

(2) 在第(1)问的基础上，设计状态反馈矩阵 K，将系统的闭环极点配置在-3 和 $-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$；

(3) 试分析经状态反馈设计后，系统性能的变化情况。

本题分数	10 分
得　　分	

七、已知系统状态方程及初始条件为 $\dot{x}(t)=-x(t)+u(t)$，$x(0)=5$，其控制约束为：$0.5\le u(t)\le +1$，试求使性能指标 $J=\int_0^1 (x+u)dt$ 为极小的最优控制 $u^*(t)$ 和最优轨线 $x^*(t)$。

南 京 航 空 航 天 大 学

二〇一八～ 二〇一九学年 第 二 学期

课程名称：《 现代控制理论 》 参考答案及评分标准

命题教师： 试卷类型：A 试卷代号：

一、【10 分】

由系统电路图可得

$$L_1\frac{di_1}{dt}+R_1i_1+u_C=u_1,\quad L_2\frac{di_2}{dt}+R_2i_2+u_2=u_C,\quad C\frac{du_C}{dt}=i_1-i_2$$

由于 $x_1=i_1$，$x_2=i_2$，$x_3=u_C=y$，有

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-\dfrac{R_1}{L_1}x_1-\dfrac{1}{L_1}x_3+\dfrac{1}{L_1}u_1=-2x_1-x_3+u_1\\[2ex]\dot{x}_2=-\dfrac{R_2}{L_2}x_2+\dfrac{1}{L_2}x_3-\dfrac{1}{L_2}u_2=-3x_2+3x_3-3u_3\\[2ex]\dot{x}_3=\dfrac{1}{C}x_1-\dfrac{1}{C}x_2=2x_1-2x_2\end{cases}$$

$y=x_3$

则动态方程为 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2&0&-1\\0&-3&3\\2&-2&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&-3\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}$

$$y=\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

二、**【20 分】**

(1) $\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)+\int_0^t e^{\mathbf{A}\tau}\mathbf{Bu}(t-\tau)d\tau \quad e^{\mathbf{A}t}=\begin{bmatrix}3e^{-2t}-2e^{-3t}&2e^{-2t}-2e^{-3t}\\-3e^{-2t}+3e^{-3t}&-2e^{-2t}+3e^{-3t}\end{bmatrix}$

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix}\dfrac{7}{6}+\dfrac{1}{2}e^{-2t}-\dfrac{2}{3}e^{-3t}\\[2ex]-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}e^{-2t}+e^{-3t}\end{bmatrix},\quad y(t)=\frac{7}{6}+\frac{1}{2}e^{-2t}-\frac{2}{3}e^{-3t}$$

(2) $\mathbf{\Phi}(T)=e^{\mathbf{A}T}=\begin{bmatrix}3e^{-2}-2e^{-3} & 2e^{-2}-2e^{-3}\\ -3e^{-2}+3e^{-3} & -2e^{-2}+3e^{-3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.3064 & 0.1711\\ -0.2566 & -0.1213\end{bmatrix}$

$\mathbf{G}(T)=\int_0^T\mathbf{\Phi}(t)\mathbf{b}dt=\begin{bmatrix}0.8947\\ -0.2612\end{bmatrix}$

(3) $G(s)=\dfrac{s+7}{s^2+5s+6}$

三、【15 分】

解：系统能控性判别矩阵为

$$M=\begin{bmatrix}B & AB & A^2B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & a & -4a+1\\ 0 & 1 & -5\\ 1 & -3 & 9\end{bmatrix}$$

其行列式为

$$|M|=\begin{vmatrix}0 & a & -4a+1\\ 0 & 1 & -5\\ 1 & -3 & 9\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a & -4a+1\\ 1 & -5\end{vmatrix}=-a-1$$

若要系统完全能控，则要求$|M|\neq 0$即

$$-a-1\neq 0$$

所以，当$a\neq -1$时系统完全能控。

$a=0$时，变换矩阵$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 1 & -3 & 1\end{bmatrix}$，可控标准型为：$\mathbf{A}_c=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{bmatrix}$，$\mathbf{b}_c=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$

四、【15 分】

(1) 可控可观状态 x_3，可控不可观状态 x_1，不可控可观状态 x_4，不可控不可观状态 x_2。通过变换阵 T 重新调整系数矩阵的行列次序，可得系统的规范动态方程为：

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}\dot{x}_{co}\\ \dot{x}_{c\bar{o}}\\ \dot{x}_{\bar{c}o}\\ \dot{x}_{\bar{c}\bar{o}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -4 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{co}\\ x_{c\bar{o}}\\ x_{\bar{c}o}\\ x_{\bar{c}\bar{o}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u\ ,\quad y=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{co}\\ x_{c\bar{o}}\\ x_{\bar{c}o}\\ x_{\bar{c}\bar{o}}\end{bmatrix}$$

其中$T=\begin{bmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{bmatrix}$

(2) 根据系统的规范分解可知其可控可观部分为

$$\dot{x}_{co}=-3x_{co}+u\text{，}\quad y=2x_{co}$$

因此可得系统不可简约传递函数：

$$G(s)=\frac{2}{s+3}$$

五、【10分】

解：可知，原点是其唯一平衡点。取$V(x)=x_1^4+x_2^2$，则

$$\dot{V}(x)=4x_1^3\dot{x}_1+2x_2\dot{x}_2=4x_1^3x_2+2x_2(-2x_1^3-x_2)=-2x_2^2\le 0$$

当$\dot{V}(x)=0$时，必有$x_2=0,\dot{x}_2=0$，得$x_1=0$。

所以，只有在平衡点处才有$\dot{V}(x)=0$，所以系统是渐近稳定的。

又$\|x\|\to\infty$时，$\|V(x)\|\to\infty$，所以系统是大范围渐近稳定的。

六、【20分】

(1) 可控标准型一定可控，可以通过状态反馈任意配置闭环极点。希望特征多项式：

$$f^*(s)=(s+3)\left[\left(s+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]=s^3+4s^2+4s+3$$

反馈矩阵：$K=\begin{bmatrix}k_1 & k_2 & k_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3-0 & 4-2 & 4-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3 & 2 & 1\end{bmatrix}$

（2）系统可观，可以任意配置观测器极点。

$$f(s)=|s\mathbf{I}-(\mathbf{A}-\mathbf{HC})|=s^3+(3+h_1)s^2+(3h_1+h_2+2)s+(h_3+2h_1+3h_2)\text{，}$$

观测器的希望特征多项式：$f^*(s)=(s+5)^3=s^3+15s^2+75s+125$

观测器系数矩阵：$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}12 & 37 & -10\end{bmatrix}^T$

（3）开环系统极点位于 0,-1,-2 处，临界稳定，经状态反馈后闭环系统极点在左半平面，因此稳定性好，且动态性能也得到改善。

七、【10 分】

$H=x+u+\lambda(-x+u)=(1-\lambda)x+(1+\lambda)u$，$u^*(t)=\begin{cases}0.5 & \lambda>-1\\ 1 & \lambda<-1\end{cases}$，

$\dot{\lambda}=-\dfrac{\partial H}{\partial x}=\lambda-1$，$\Rightarrow \lambda(t)=ce^t+1$，由 $\lambda(t_f)=\lambda(1)=0$，得 $c=-\dfrac{1}{e}$，所以

$\lambda(t)=-e^{t-1}+1$；因为 $0\le t\le 1$，所以 $0\le\lambda(t)\le 0.632$，所以 $u^*(t)=0.5$

$\dot{x}(t)=-x+0.5$，所以 $x(t)=c_1e^{-t}+0.5$

当 $x(0)=5$ 时，$c_1=4.5$，所以 $x^*(t)=4.5e^{-t}+0.5$

南 京 航 空 航 天 大 学

二〇一八 ～ 二〇一九学年 第二学期 《现代控制理论》考试试题

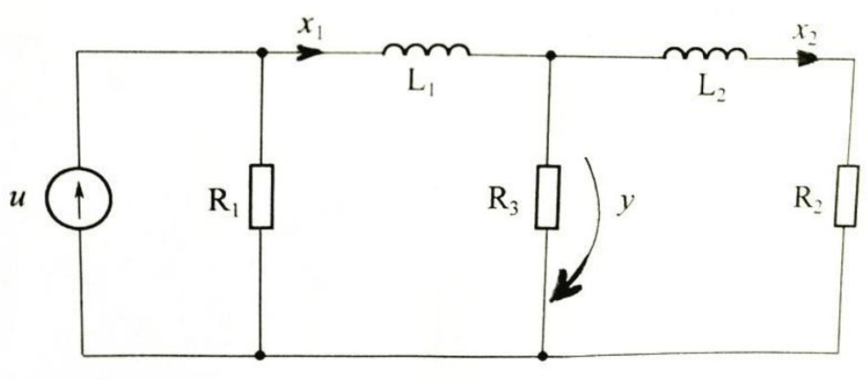
考试日期：2019 年 8 月 30 日 试卷类型：B 试卷代号：

班号	学号	姓名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

本题分数	10 分
得 分	

一、如图所示电气网络，输入 u 是电流源，输出量 y 是 R_3 上的支路电压，以电感 L_1,L_2 上的支电流作为状态变量 x_1,x_2，试建立其动态方程，并写成矩阵—向量形式。



本题分数	15 分
得　　分	

二、已知系统的传递函数为 $\dfrac{Y(s)}{U(s)}=\dfrac{s+3}{s^2+3s+2}$

（1）试求系统能控标准型最小实现；

（2）在第一问的基础上，当初始条件为 $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 时，试求在单位阶跃输入下，系统的状态响应和输出响应。

本题分数	15 分
得　　分	

三、已知线性定常系统的状态空间表达式为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-2 & 2 & -1\\ 0 & -2 & 0\\ 1 & -4 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}x$$

(1) 试判断系统的可控性，如果系统可控，就将系统变换为可控标准形，如果系统不可控，就将系统进行可控性规范分解；

(2) 试问能否利用状态反馈使得闭环系统稳定？说明理由。

本题分数	15 分
得　　分	

四、已知系统的状态方程如下，试应用李雅普诺夫第二法判断系统的稳定性。

（1）$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$

（2）$\dot{x}_1=-2x_1+4x_2^2,\dot{x}_2=-x_2$

本题分数	15 分
得　　分	

五、已知系统的状态空间表达式为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 4 & -3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}x$$

(1) 求出系统的传递函数；

(2) 设计状态反馈矩阵 K，使系统的两个闭环极点配置在-3,-3处；

(3) 试分析经状态反馈设计后，系统性能的变化情况。

本题分数	10 分
得　　分	

六、已知系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

（1）设计全维状态观测器，将闭环极点配置在-3和-4处；

（2）写出全维状态观测器的动态方程。

本题分数	10 分
得　　分	

七、 某卫星单轴姿态控制系统，其状态方程可表示为

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

欲将系统从初始状态为 $x(0)=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$ 转移到终端状态 $x(2)=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$，并使性能指标 $J=\frac{1}{2}\int_0^2 u^2(t)dt$ 达到极小。试求最优控制律 $u^*(t)$ 和最优轨线 $x^*(t)$ 。

本题分数	10 分
得　分	

八、已知系统状态方程及初始条件为 $\dot{x}(t)=x(t)-u(t)$，$x(0)=5$，其控制约束为：$0.5\le u(t)\le +1$，试求使性能指标

$$J=\int_0^1 (x+u)dt$$ 为极小的最优控制 $u^*(t)$ 和最优轨线 $x^*(t)$。

南 京 航 空 航 天 大 学

二〇一八～ 二〇一九学年　第 二 学期

课程名称：《 现代控制理论 》 参考答案及评分标准

命题教师：　　　　试卷类型：B　　　　试卷代号：

一、【10 分】 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{R_1+R_3}{L_1} & \dfrac{R_3}{L_1}\\ \dfrac{R_3}{L_2} & -\dfrac{R_2+R_3}{L_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{R_1}{L_1}\\ 0\end{bmatrix}u$

$y=\begin{bmatrix}R_3 & -R_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

二、【15 分】 （1） $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$

$y=\begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$ （4 分）

（2） $x(t)=\Phi(t)x(0)+\int_0^t \Phi(t)Bu(t-\tau)d\tau$ ，　　　（3 分）

$\phi(t)=L^{-1}[(SI-A)^{-1}]=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t}\\ 2e^{-2t}-2e^{-t} & 2e^{-2t}-e^{-t}\end{bmatrix}$ （3 分）

$x(t)=\begin{bmatrix}e^{-t}-0.5e^{-2t}+0.5\\ e^{-2t}-e^{-t}\end{bmatrix}$ （3 分）

$y(t)=3x_1(t)+x_2(t)=2e^{-t}-0.5e^{-2t}+1.5$ （2 分）

三、【15 分】系统不完全能控。（3 分） $T=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ （3 分）

$\overline{A}=T^{-1}AT=\begin{bmatrix}0 & -1 & -4\\ 1 & -2 & -2\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}$ $\overline{b}=T^{-1}b=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$ $\overline{c}=cT=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}$（6 分，答案不唯一，需验证）

可控子系统： $\begin{bmatrix}\dot{\overline{x}}_1\\ \dot{\overline{x}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{x}_1\\ \overline{x}_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4\\ -2\end{bmatrix}\overline{x}_3+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$ 　$y_1=0$

不可控子系统：$\dot{\bar{x}}_3=-2\bar{x}_3 \quad y_2=\bar{x}_3$

（2）用状态反馈可以使得闭环系统稳定。因为不可控子系统的极点为－2，在左半 s 平面。**（3 分）**

四、【15 分】（1）可用李雅普诺夫方程求解：$P=\begin{bmatrix}\frac{14}{8} & \frac{5}{8}\\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8}\end{bmatrix}$正定，顺序子行列式大于零。系统渐近稳定。（7 分）

（2）原点是其唯一的平衡状态，选取$V(x)=x_1^2+x_2^4$正定，$\dot{V}(x)=2x_1\dot{x}_1+4x_2^3\dot{x}_2=-4(x_1-x_2^2)^2$负定，系统渐近稳定。**（8 分）**

五、【15 分】

（1）传递函数为$G(s)=\dfrac{s-1}{s^2+3s-4}=\dfrac{1}{s+4}$ **（3 分）**

（2）判断可控性。$K=[k_1 \quad k_2]$，$f(s)=\left|sI-(A-bK)\right|=s^2+(3+k_2)s+(k_1-4)$

$$f*(s)=(s+3)^2=s^2+6s+9$$

令 $f(s)=f*(s) \quad \Rightarrow \quad K=[k_1 \quad k_2]=[13 \quad 3]$。 **（8 分）**

（3）开环系统极点位于（1，-4）处，系统不稳定，经状态反馈后闭环系统极点为$(-3,-3)$，系统渐近稳定。**（4 分）**

六、【10 分】

（1）判断可观性，令 $H=[h_1 \quad h_2]^T$，

$$f(s)=\left|sI-(A-Hc)\right|=s^2+(2h_1+h_2+1)s+(4h_1+h_2-1)$$

$$f*(s)=(s+3)(s+4)=s^2+7s+12$$

令 $f(s)=f*(s) \quad \Rightarrow H=[4 \quad -2]^T$ **（7 分）**

（2）全维状态观测器的动态方程 $\begin{cases}\dot{\hat{x}}=(A-HC)\hat{x}(t)+Bu(t)+Hy(t)\\ =\begin{bmatrix}-7 & -3\\ 4 & 0\end{bmatrix}\hat{x}(t)+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}4\\-2\end{bmatrix}y(t)\\ \hat{y}=C\hat{x}(t)=[2 \quad 1]\hat{x}(t)\end{cases}$ **（3 分）**

七、【10 分】采用变分法求解

$$H=\frac{1}{2}u^2+\lambda_1x_2+\lambda_2u$$ （2 分）

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1(\mathrm{t}) = c_1$$

$$\dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -\lambda_1 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2(\mathrm{t}) = -c_1 t + c_2$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = u + \lambda_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad u = -\lambda_2(t) = c_1 t - c_2$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{6} c_1 t^3 - \frac{1}{2} c_2 t^2 + c_3 t + c_4 \\ x_2 = \frac{1}{2} c_1 t^2 - c_2 t + c_3 \end{cases}$$ （4 分）

由$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad c_3 = 1, c_4 = 1$

（2 分）

由$x(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad c_1 = 3, c_2 = 3.5$

$x_1^*(\mathrm{t}) = 0.5t^3 - 1.75t^2 + t + 1$， $x_2^*(\mathrm{t}) = 1.5t^2 - 3.5t + 1$ ， $u^*(\mathrm{t}) = 3t - 3.5$ （2 分）

八、【10 分】

$$H = (x+u) + \lambda(x-u) = (1+\lambda)x + (1-\lambda)u$$ (1 分)

$$u^*(t) = \begin{cases} 1 & \lambda > 1 \\ 0.5 & \lambda < 1 \end{cases}$$ (2 分)

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda - 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = ce^{-t} - 1, 由\lambda(1)=0得c=e \quad \Rightarrow \quad \lambda = e^{-t+1} - 1$$ （1 分）

$$u^*(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le \mathrm{t} < 0.307 \\ 0.5 & 0.307 \le \mathrm{t} \le 1 \end{cases}$$ （1 分）

$$\dot{x} = \begin{cases} x - 1 \\ x - 0.5 \end{cases}, \quad x^*(t) = \begin{cases} c_1 e^t + 1 & 0 \le \mathrm{t} < 0.307 \\ c_2 e^t + 0.5 & 0.307 \le \mathrm{t} \le 1 \end{cases}$$ （2 分）

$c_1=4$, $c_2=4.37$；（2 分）

$$x^*(t) = \begin{cases} 4e^t + 1 & 0 \le \mathrm{t} < 0.307 \\ 4.37e^t + 0.5 & 0.307 \le \mathrm{t} \le 1 \end{cases}$$ （1 分）