

本题分数	16
得分	

一、某系统结构图如图 1 所示，求 $C(s)$ 和 $E(s)$ 。

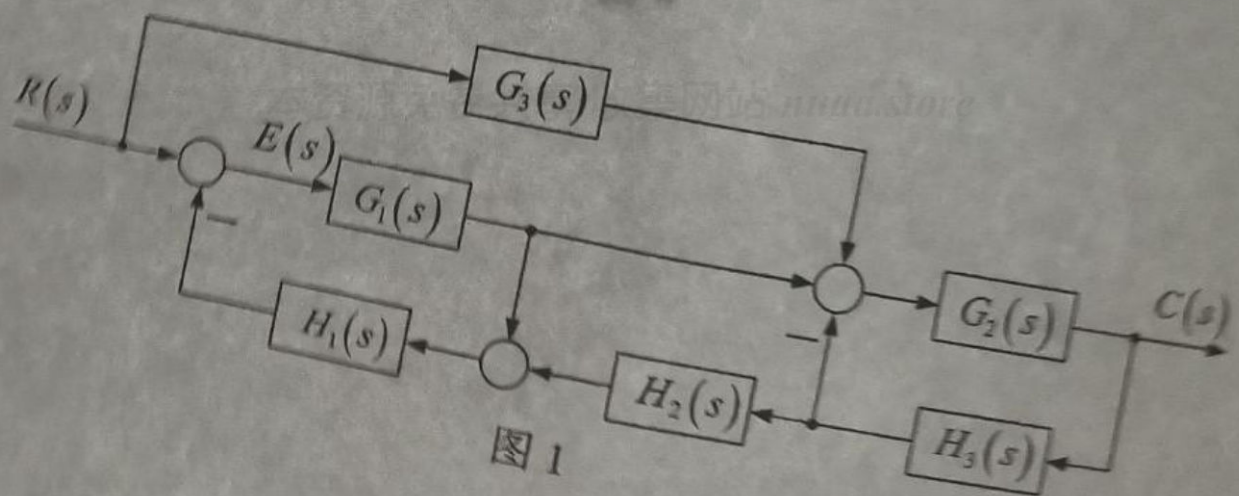


图 1

二、已知某单位负反馈系统结构如图2所示。

(1) 求使系统单位阶跃响应无超调的 a 的取值范围；

(2) 若在单位阶跃输入下超调量为 $\sigma\% = 16\%$ ，求

调节时间 t_s 、调节时间 t_r 以及单位阶跃输入下的稳态误差 e_{ss} 。

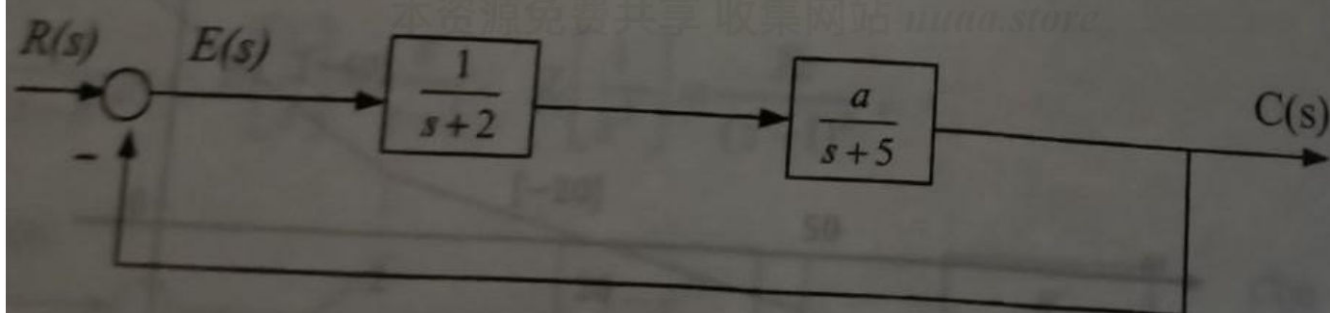


图2

本题分数	16
得分	

三、已知单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(s+3)^2}$$

- (1) 试绘制 K 由 $0 \rightarrow +\infty$ 变化的闭环根轨迹图;
- (2) 用根轨迹法确定使系统的阶跃响应出现超调的 K 值范围。

若 $r(t) = 3\cos \omega t$, 确定 ω 为何值时

本题分数	16
得分	

四、已知某单位负反馈系统为最小相角系统，其开环对数幅频渐近线如图3所示。出系统的闭环脉冲传递函数；系统的稳定性，并求系统临界稳定增益。

(1) 确定其开环传递函数；

(2) 计算相角裕度 γ 。

Z 变换表:

$$\frac{1}{s+a} = \frac{z}{z-e^{-aT}}$$

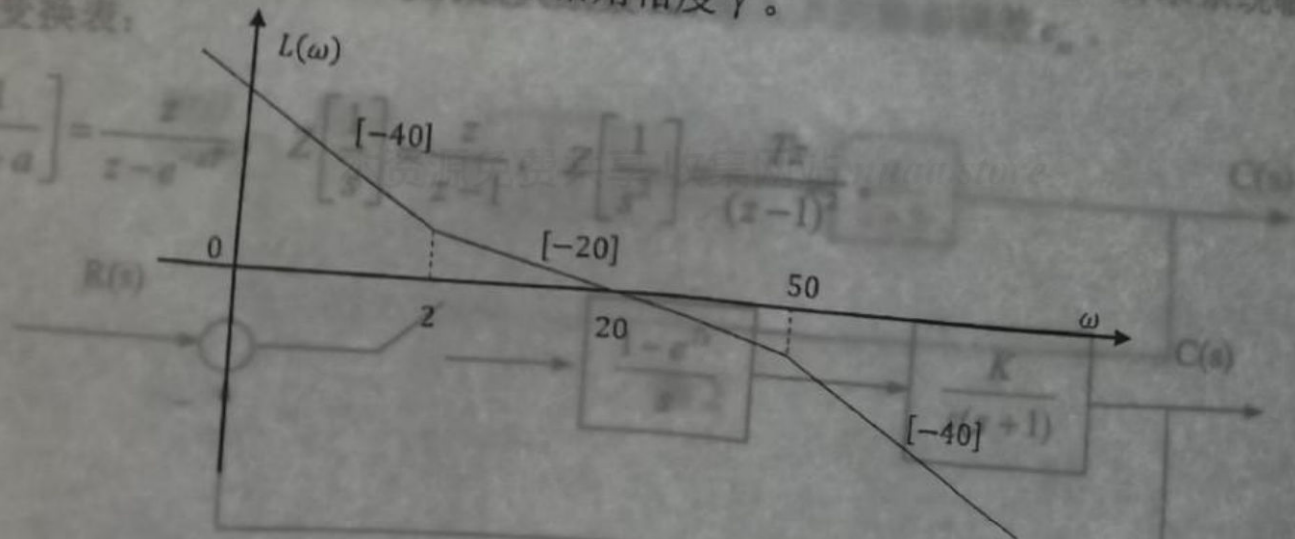


图3

本题分数	18
得分	

五、某系统结构图如图4所示，当输入信号 $r(t) = A \cos 3t$ 输入输出的幅值相等，相位差 -90° 度。

- (1) 确定参数 a, K 的值；
- (2) 若 $r(t) = 3 \cos \omega t$ ，确定 ω 为何值时，稳态输出 $c(t)$ 幅值最大，并求此幅值。

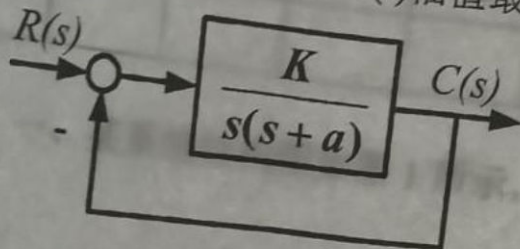


图4

本题分数	16
得分	

六、设系统的结构如图5所示，采样周期 $T=1s$ 。
 (1) 当 $K=10$ 时，试求出系统的闭环脉冲传递函数；
 (2) 当 $K=10$ 时，试分析系统的稳定性，并求系统临界稳定时的放大系数 K 。

Z 变换表:

$$\mathcal{Z}\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{z}{z - e^{-aT}}, \quad \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s}\right] = \frac{z}{z-1}, \quad \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{Tz}{(z-1)^2}.$$

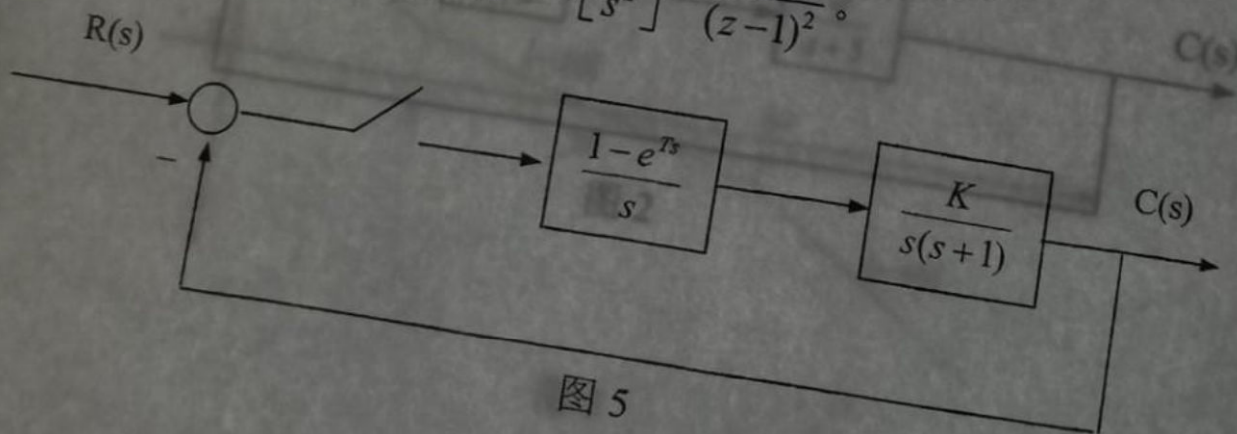


图5

回路: $L_1: -G_1H_1$

$$L_2: -G_2H_3$$

$$L_3: -G_1G_2H_1H_2H_3$$

$$L_1L_2: G_1G_2H_1H_3$$

前向: $P_1: G_1G_2 \quad \Delta_1 = 1$

$$P_2: G_2G_3 \quad \Delta_2 = 1 + G_1H_1$$

$$C(s) = \frac{G_1G_2 + G_2G_3(1 + G_1H_1)}{1 + G_1H_1 + G_2H_3 + G_1G_2H_1H_2H_3 + G_1G_2H_1H_3} R(s)$$

前向: $P_1: 1 \quad \Delta_1 = 1 + G_2H_3$

$$P_2: -G_2G_3H_1H_2H_3 \quad \Delta_2 = 1$$

$$E(s) = \frac{1 + G_2H_3 - G_2G_3H_1H_2H_3}{1 + G_1H_1 + G_2H_3 + G_1G_2H_1H_2H_3 + G_1G_2H_1H_3} R(s)$$

$$= \frac{a / (s+2)(s+5)}{1 + \frac{a}{(s+2)(s+5)}} = \frac{a}{s^2 + 7s + 10 + a}$$

无超调, $\xi \geq 1$

$$\begin{cases} 2\omega_n \xi = 7 \\ \omega_n^2 = 10 + a \end{cases} \quad 0 \leq a \leq 2.25$$

本资源免费共享 收集网站 nuaa.store

$$\text{即 } \sigma\% = e^{-\pi \xi / \sqrt{1-\xi^2}} \times 100\% = 16\% \text{ 时}$$

$$\xi = 0.5 \quad \omega_n = 7 \quad a = 39$$

$$t_s = \frac{3}{\xi \omega_n} = 0.867 \text{ s} \quad (\Delta = \pm 5\%)$$

$$G(s) = \frac{39}{(s+2)(s+5)}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 3.9$$

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} = 0.204$$

1、绘制根轨迹

(1) 系统有 3 个开环极点 (起点): 0、-3、-3, 无开环零点 (有限终点);

(2) 实轴上的轨迹: $(-\infty, -3)$ 及 $(-3, 0)$;

(3) 3 条渐近线:
$$\begin{cases} \sigma_a = \frac{-3-3}{3} = -2 \\ \pm 60^\circ, 180^\circ \end{cases}$$

(4) 分离点: $\frac{1}{d} + \frac{2}{d+3} = 0$ 得: $d = -1$

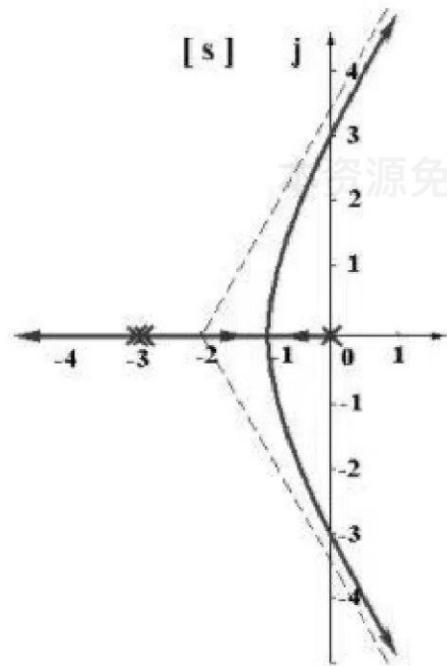
$$K_r = d \cdot |d+3|^2 = 4$$

三题

(5) 与虚轴交点: $D(s) = s^3 + 6s^2 + 9s + K_r = 0$

$$\begin{cases} \text{Im}[D(j\omega)] = -\omega^3 + 9\omega = 0 \\ \text{Re}[D(j\omega)] = -6\omega^2 + K_r = 0 \end{cases} \begin{cases} \omega = 3 \\ K_r = 54 \end{cases}$$

绘制根轨迹如右图所示。



Kr换成K

三

2、 开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系:
$$G(s) = \frac{K_r}{s(s+3)^2} = \frac{\frac{K_r}{9}}{s \left[\left(\frac{s}{3} \right)^2 + 1 \right]}$$

得 $K = K_r / 9$

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围: $K_r < 54$,

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围: $4 < K_r < 54$,

(1) 解 由图可知

$$G(s) = \frac{K \left(\frac{s}{\omega_1} + 1 \right)}{s^2 \left(\frac{s}{\omega_2} + 1 \right)}$$

$$\omega_1 = 2 \quad \omega_2 = 50$$

$$\omega_c = 20$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{K \frac{20}{2}}{20^2} = 1$$

$$K = 40$$

$$G(s) = \frac{40 \left(\frac{s}{2} + 1 \right)}{s^2 \left(\frac{s}{50} + 1 \right)}$$

$$\angle \varphi = 180^\circ + \arctan \frac{\omega_c}{2} - 180^\circ$$

$$- \arctan \frac{\omega_c}{50} = 62.49^\circ$$

$$\text{五解. 由 } \Phi(s) = \frac{k(s+a)}{1 + \frac{k}{s(s+a)}} = \frac{k}{s^2 + as + k}$$

$$\text{令 } s = j\omega \quad \Phi(j\omega) = \frac{k}{- \omega^2 + a j \omega + k}$$

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(k - \omega^2)^2 + a^2 \omega^2}}$$

$$\angle \Phi(j\omega) = - \arctan \frac{a\omega}{k - \omega^2}$$

由频率特性

本资源免费共享, 收集网站 [nuaa-store](http://nuaa-store.com)

$$\angle \Phi(j3) = -90^\circ \quad k - 3^2 = 0 \quad k = 9.$$

$$|\Phi(j3)| = \frac{9}{3a} = 1 \quad a = 3$$

$$\text{则 } |c(t)| = 3 \cdot \frac{1}{|\Phi(j3)|} = 3 |\Phi(j\omega)| = \frac{27}{\sqrt{(9 - \omega^2)^2 + 9\omega^2}}$$

$$\angle c(t) = - \arctan \frac{a\omega}{k - \omega^2}$$

$\omega = 3$ 时 $c(t)$ 最大

$$c_{\max} = 3$$

$\frac{1}{11}$

$$(1) \quad k=10. \quad G(z) = \frac{z-1}{z} \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-e^{-T}} \right] k$$

$T=1$

$$G(z) = \frac{3.68z + 2.64}{(z-1)(z-0.368)}$$

$$\Phi(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{3.68z + 2.64}{z^2 + 2.312z + 3.008}$$

$$(2) \quad D(z) = z^2 + 2.312z + 3.008$$

$$D(1) > 0 \Rightarrow \text{稳定}$$

$$D(-1) > 0$$

$$D(z) = z^2 + (0.368k - 1.368)z + \overset{0.264k}{\cancel{0.104}} + 0.368$$

$$D(-1) = \overset{2.736 - 0.104k}{\cancel{0.104}} = 0$$

$$\Rightarrow k = 26.3 \quad \text{临界稳定}$$